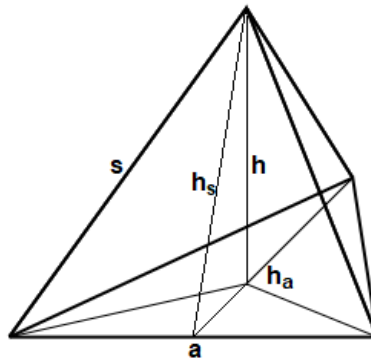


# Mathematik-Aufgabenpool

## > Pyramidenberechnung III (regelmäßige Pyramiden)

**Eileitung:** I. Eine Pyramide mit einem gleichseitigen Dreieck als Grundfläche ist durch die Seitenlänge  $a$  des Dreiecks, die Dreieckshöhe  $h_a$  und durch die Pyramidenhöhe  $h$  bestimmt, weiter durch die Seitenhöhe  $h_s$ , die Kantenlänge  $s$ , die Oberfläche  $O$ , die Mantelfläche  $M$ , die Grundfläche  $G$  und das Volumen  $V$ .

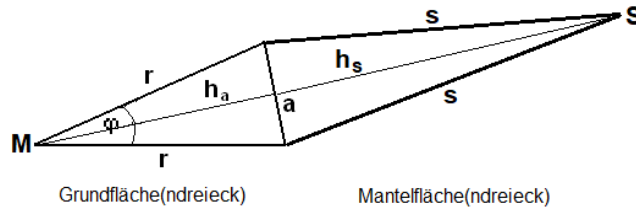
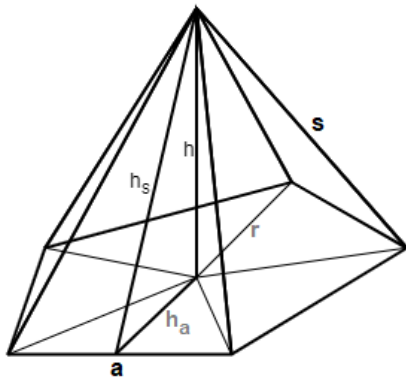


Regelmäßige Dreieckspyramide

**Formelsammlung (Dreieckspyramide):**

Grundfläche, Dreieckshöhe	$G = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}$	$a = \sqrt{\frac{4G}{\sqrt{3}}}$	$h_a = \frac{a}{2}\sqrt{3}$
Seitenhöhe	$h_s^2 = h^2 + \left(\frac{h_a}{3}\right)^2$	$h^2 = h_s^2 - \left(\frac{h_a}{3}\right)^2$	$h_a^2 = 9(h_s^2 - h^2)$
Seitenkante	$s^2 = h_s^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$	$h_s^2 = s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$	$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = s^2 - h_s^2$
Pyramidenhöhe	$s^2 = h^2 + \left(\frac{2h_a}{3}\right)^2$	$h^2 = s^2 - \left(\frac{2h_a}{3}\right)^2$	$h_a^2 = \frac{9}{4}(s^2 - h^2)$
Mantelfläche	$M = \frac{3}{2}ah_s$	$h_s = \frac{2M}{3a}$	$a = \frac{2M}{3h_s}$
Oberfläche	$O = G + M = \frac{a}{4}(a\sqrt{3} + 6h_s)$	$G = O - M$	$M = O - G$
Volumen	$V = \frac{1}{3}G \cdot h = \frac{a^2}{12}h\sqrt{3}$	$G = \frac{3V}{h}$	$h = \frac{3V}{G}$
Winkel zwischen Kante $s$ und Grundkante $a$	$\sin \alpha = \frac{h_s}{s}$	$\cos \alpha = \frac{a}{2s}$	$\tan \alpha = \frac{2h_s}{a}$
Winkel zwischen Seitenhöhe $h_s$ und Grundfläche $G$	$\sin \beta = \frac{h}{h_s}$	$\cos \beta = \frac{h_a}{3h_s}$	$\tan \beta = \frac{3h}{h_a}$
Winkel zwischen Kante $s$ und Grundfläche $G$	$\sin \gamma = \frac{h}{s}$	$\cos \gamma = \frac{2h_a}{3s}$	$\tan \gamma = \frac{3h}{2h_a}$

II. Eine Pyramide mit einem regelmäßigen Fünfeck als Grundfläche ist durch die Grundkantenlänge  $a$ , die Pyramidenhöhe  $h$  bestimmt, weiter durch die Seitenhöhe  $h_s$ , die Kantenlänge  $s$ , die Oberfläche  $O$ , die Mantelfläche  $M$ , die Grundfläche  $G$  und das Volumen  $V$ . Die Grundfläche  $G$  besteht aus fünf gleichschenkligen Dreiecken mit Innenwinkel  $\varphi = 72^\circ$ , Grundseite  $a$ , Schenkeln  $r$  und Höhe  $h_a$ .

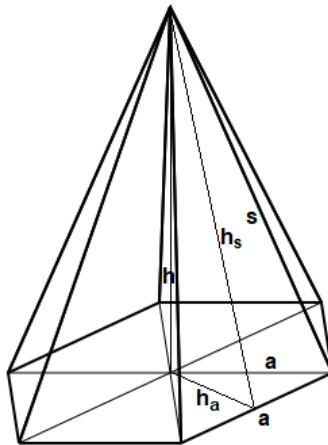


Regelmäßige Fünfeckpyramide, Grund- und Mantelflächendreiecke der Pyramide

**Formelsammlung (Fünfeckpyramide):**

Dreieck: Halber Innenwinkel	$\frac{\varphi}{2} = 36^\circ$	$r = \frac{h_a}{\cos 36^\circ}$	$h_a = r \cdot \cos 36^\circ$
Dreieck: Schenkel, Höhe	$r^2 = h_a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$	$r = \frac{a}{2 \cdot \sin 36^\circ}$	$h_a = \frac{a}{2 \cdot \tan 36^\circ}$
Grundfläche	$G = \frac{5ah_a}{2}$	$h_a = \frac{2G}{5a}$	$a = \frac{2G}{5h_a}$
Seitenhöhe	$h_s^2 = h^2 + h_a^2$	$h^2 = h_s^2 - h_a^2$	$h_a^2 = h_s^2 - h^2$
Seitenkante	$s^2 = h_s^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$	$h_s^2 = s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$	$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = s^2 - h_s^2$
Pyramidenhöhe	$s^2 = h^2 + r^2$	$h^2 = s^2 - r^2$	$r^2 = s^2 - h^2$
Mantelfläche	$M = \frac{5}{2} ah_s$	$h_s = \frac{2M}{5a}$	$a = \frac{2M}{5h_s}$
Oberfläche	$O = G + M$	$G = O - M$	$M = O - G$
Volumen	$V = \frac{1}{3} G \cdot h$	$G = \frac{3V}{h}$	$h = \frac{3V}{G}$
Winkel zwischen Kante $s$ und Grundkante $a$	$\sin \alpha = \frac{h_s}{s}$	$\cos \alpha = \frac{a}{2s}$	$\tan \alpha = \frac{2h_s}{a}$
Winkel zwischen Seitenhöhe $h_s$ und Grundfläche $G$	$\sin \beta = \frac{h}{h_s}$	$\cos \beta = \frac{h_a}{h_s}$	$\tan \beta = \frac{h}{h_a}$
Winkel zwischen Kante $s$ und Grundfläche $G$	$\sin \gamma = \frac{h}{s}$	$\cos \gamma = \frac{r}{s}$	$\tan \gamma = \frac{h}{r}$

III. Eine Pyramide mit einem regelmäßigen Sechseck als Grundfläche ist durch die Grundkantenlänge  $a$ , die Pyramidenhöhe  $h$  bestimmt, weiter durch die Seitenhöhe  $h_s$ , die Kantenlänge  $s$ , die Oberfläche  $O$ , die Mantelfläche  $M$ , die Grundfläche  $G$  und das Volumen  $V$ . Die Grundfläche  $G$  besteht aus sechs gleichseitigen Dreiecken mit Innenwinkel  $\varphi = 60^\circ$ , Seiten  $a$ , Grundflächenradius  $r$  und Höhe  $h_a$ .

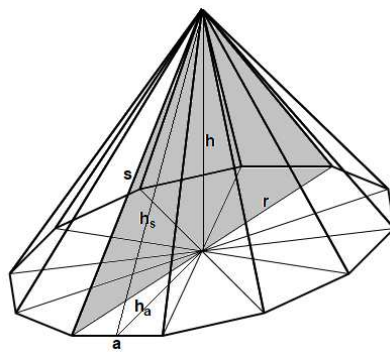
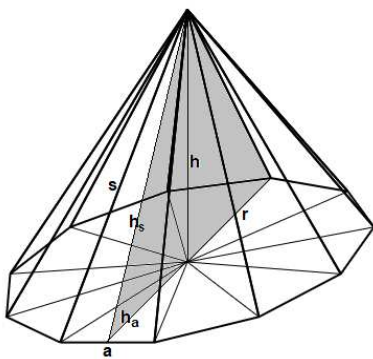


Regelmäßige Sechseckpyramide

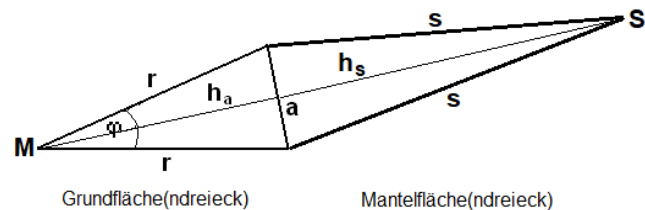
**Formelsammlung (Sechseckpyramide):**

Gleichseitiges Grundflächendreieck	$h_a = \frac{\sqrt{3}}{2} a$	$a = \frac{2}{\sqrt{3}} h_a$	$A_\Delta = \frac{1}{2} a h_a = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$	$r = a$
Grundfläche aus sechs Dreiecken	$G = 3a h_a = \frac{3a^2}{2} \sqrt{3}$	$h_a = \frac{G}{3a}$	$a = \frac{G}{3h_a} = \sqrt{\frac{2G}{3\sqrt{3}}}$	
Seitenhöhe	$h_s^2 = h^2 + h_a^2$	$h^2 = h_s^2 - h_a^2$	$h_a^2 = h_s^2 - h^2$	
Seitenkante	$s^2 = h_s^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$	$h_s^2 = s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$	$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = s^2 - h_s^2$	
Pyramidenhöhe	$s^2 = h^2 + a^2$	$h^2 = s^2 - a^2$	$a^2 = s^2 - h^2$	
Mantelflächendreieck	$A_\Delta = \frac{1}{2} a h_s$	$a = \frac{2A_\Delta}{h_s}$	$h_s = \frac{2A_\Delta}{a}$	
Mantelfläche aus sechs Dreiecken	$M = 3a h_s$	$h_s = \frac{M}{3a}$	$a = \frac{M}{3h_s}$	
Oberfläche	$O = G + M = \frac{3a}{2} (a\sqrt{3} + 2h_s)$	$G = O - M$	$M = O - G$	
Volumen	$V = \frac{1}{3} G \cdot h = \frac{a^2}{2} h \sqrt{3}$	$G = \frac{3V}{h}$	$h = \frac{3V}{G} = \frac{2V}{a^2 \sqrt{3}}$	
Winkel zwischen Kante $s$ und Grundkante $a$	$\sin \alpha = \frac{h_s}{s}$	$\cos \alpha = \frac{a}{2s}$	$\tan \alpha = \frac{2h_s}{a}$	
Winkel zwischen Seitenhöhe $h_s$ und Grundfläche $G$	$\sin \beta = \frac{h}{h_s}$	$\cos \beta = \frac{h_a}{h_s}$	$\tan \beta = \frac{h}{h_a}$	
Winkel zwischen Kante $s$ und Grundfläche $G$	$\sin \gamma = \frac{h}{s}$	$\cos \gamma = \frac{a}{s}$	$\tan \gamma = \frac{h}{a}$	

IV. Eine Pyramide mit einem regelmäßigen n-Eck als Grundfläche ist durch die Grundkantenlänge  $a$ , die Pyramidenhöhe  $h$  bestimmt, weiter durch die Seitenhöhe  $h_s$ , die Kantenlänge  $s$ , die Oberfläche  $O$ , die Mantelfläche  $M$ , die Grundfläche  $G$  und das Volumen  $V$ . Die Grundfläche  $G$  besteht aus  $n$  gleichschenkligen Dreiecken mit Innenwinkel  $\varphi = 360^\circ/n$ , Grundseite  $a$ , Schenkeln  $r$  und Höhe  $h_a$ .



n-Eckpyramiden: n ungerade, n gerade













Regelmäßige n-Eckpyramide, Grund- und Mantelflächendreiecke der Pyramide

**Formelsammlung (n-Eckpyramide):**

Dreieck: Halber Innenwinkel	$\frac{\varphi}{2} = \frac{180^\circ}{n}$	$r = \frac{h_a}{\cos(\frac{\varphi}{2})}$	$h_a = r \cdot \cos(\frac{\varphi}{2})$
Dreieck: Schenkel, Höhe	$r^2 = h_a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$	$r = \frac{a}{2 \cdot \sin(\frac{\varphi}{2})}$	$h_a = \frac{a}{2 \cdot \tan(\frac{\varphi}{2})}$
Grundfläche	$G = \frac{nah_a}{2}$	$h_a = \frac{2G}{na}$	$a = \frac{2G}{nh_a}$
Seitenhöhe	$h_s^2 = h^2 + h_a^2$	$h^2 = h_s^2 - h_a^2$	$h_a^2 = h_s^2 - h^2$
Seitenkante	$s^2 = h_s^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$	$h_s^2 = s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$	$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = s^2 - h_s^2$
Pyramidenhöhe	$s^2 = h^2 + r^2$	$h^2 = s^2 - r^2$	$r^2 = s^2 - h^2$
Mantelfläche	$M = \frac{n}{2} ah_s$	$h_s = \frac{2M}{na}$	$a = \frac{2M}{nh_s}$
Oberfläche	$O = G + M$	$G = O - M$	$M = O - G$
Volumen	$V = \frac{1}{3} G \cdot h$	$G = \frac{3V}{h}$	$h = \frac{3V}{G}$
Winkel zwischen Kante s und Grundkante a	$\sin \alpha = \frac{h_s}{s}$	$\cos \alpha = \frac{a}{2s}$	$\tan \alpha = \frac{2h_s}{a}$
Winkel zwischen Seitenhöhe h_s und Grundfläche G	$\sin \beta = \frac{h}{h_s}$	$\cos \beta = \frac{h_a}{h_s}$	$\tan \beta = \frac{h}{h_a}$
Winkel zwischen Kante s und Grundfläche G	$\sin \gamma = \frac{h}{s}$	$\cos \gamma = \frac{r}{s}$	$\tan \gamma = \frac{h}{r}$

**Aufgabe 1:** Berechne die jeweils fehlenden Größen der regelmäßigen Dreieckspyramide (Grundkante  $a$ , Höhe  $h_a$  der jeweiligen drei Grundflächendreiecke, Grundflächenradius  $r$ , Umfang  $u$ , Seitenhöhe  $h_s$ , Seitenkante  $s$ , Grundfläche  $G$ , Mantelfläche  $M$ , Oberfläche  $O$ , Volumen  $V$ ).

Nr.	Gegeben:	Gesucht:	Grafik:
1	$G = 126.1 \text{ m}^2, O = 361.0 \text{ m}^2$	$a, h_a, r, u, h, h_s, s, M, V$	
2	$a = 12.3 \text{ dm}, M = 146.7 \text{ dm}^2$	$h_a, r, u, G, h, h_s, s, O, V$	
3	$u = 56.9 \text{ m}, M = 288.3 \text{ m}^2$	$a, h_a, r, G, h, h_s, s, O, V$	
4	$u = 35.8 \text{ cm}, O = 248.0 \text{ cm}^2$	$a, h_a, r, G, h, h_s, s, M, V$	
5	$u = 59.1 \text{ m}, M = 269.9 \text{ m}^2$	$a, h_a, r, G, h, h_s, s, O, V$	
6	$h = 9.3 \text{ dm}, V = 100.1 \text{ dm}^3$	$a, h_a, r, u, G, h_s, s, M, O$	
7	$u = 43.2 \text{ m}, s = 12.9 \text{ m}$	$a, h_a, r, G, h, h_s, M, O, V$	
8	$a = 18.2 \text{ mm}, s = 12.0 \text{ mm}$	$h_a, r, u, G, h, h_s, M, O, V$	


9	$h_s = 8.4 \text{ cm}$ , $M = 157.7 \text{ cm}^2$	$a, h_a, r, u, G, h, s, O, V$	
10	$G = 24.8 \text{ m}^2$ , $M = 78.6 \text{ m}^2$	$a, h_a, r, u, h, h_s, s, O, V$	

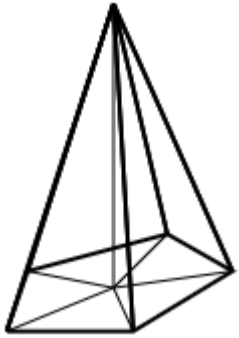
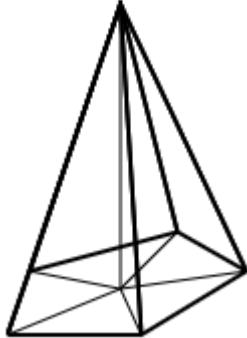
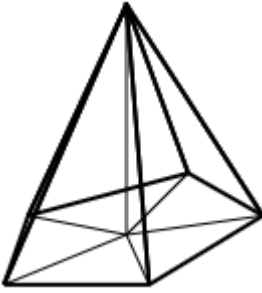

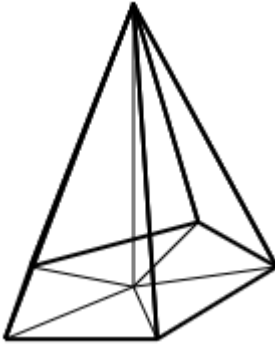
**Vorgehensweise:** Zur Ermittlung der fehlenden Größen der Pyramide ist die obige Formelsammlung für Dreieckspyramiden anzuwenden.

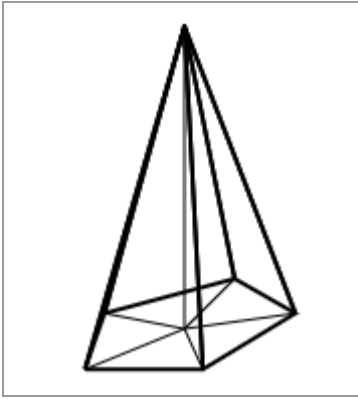
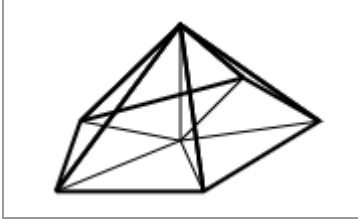
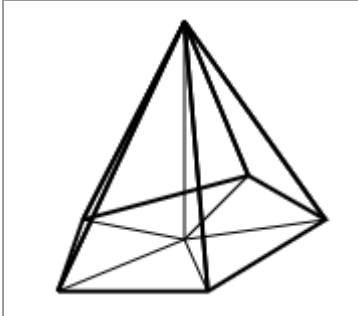
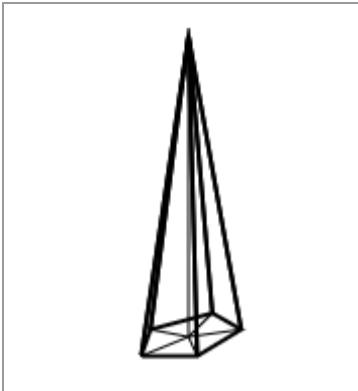
**Lösungen:**

Eckenanzahl $n = 3$		Innenwinkel (Grundflächendreieck) $\varphi = 120^\circ$									
Nr.	a=	$h_a$ =	r=	Umfang u=	G=	h=	$h_s$ =	s=	M=	O=	V=
1	17.1 m	4.9 m	9.9 m	51.2 m	126.1 m <sup>2</sup>	7.7 m	9.2 m	12.5 m	234.9 m <sup>2</sup>	361.0 m <sup>2</sup>	325.4 m <sup>3</sup>
2	12.3 dm	3.6 dm	7.1 dm	36.9 dm	65.5 dm <sup>2</sup>	7.1 dm	7.9 dm	10.1 dm	146.7 dm <sup>2</sup>	212.2 dm <sup>2</sup>	155.4 dm <sup>3</sup>
3	19.0 m	5.5 m	11.0 m	56.9 m	155.9 m <sup>2</sup>	8.5 m	10.1 m	13.9 m	288.3 m <sup>2</sup>	444.1 m <sup>2</sup>	442.7 m <sup>3</sup>
4	11.9 cm	3.4 cm	6.9 cm	35.8 cm	61.7 cm <sup>2</sup>	9.8 cm	10.4 cm	12.0 cm	186.3 cm <sup>2</sup>	248.0 cm <sup>2</sup>	201.9 cm <sup>3</sup>
5	19.7 m	5.7 m	11.4 m	59.1 m	167.8 m <sup>2</sup>	7.2 m	9.1 m	13.4 m	269.9 m <sup>2</sup>	437.7 m <sup>2</sup>	400.4 m <sup>3</sup>
6	8.7 dm	2.5 dm	5.0 dm	26.0 dm	32.4 dm <sup>2</sup>	9.3 dm	9.6 dm	10.5 dm	124.5 dm <sup>2</sup>	156.9 dm <sup>2</sup>	100.1 dm <sup>3</sup>
7	14.4 m	4.2 m	8.3 m	43.2 m	89.8 m <sup>2</sup>	9.9 m	10.7 m	12.9 m	231.4 m <sup>2</sup>	321.2 m <sup>2</sup>	295.5 m <sup>3</sup>
8	18.2 mm	5.3 mm	10.5 mm	54.6 mm	143.5 mm <sup>2</sup>	5.7 mm	7.8 mm	12.0 mm	212.3 mm <sup>2</sup>	355.8 mm <sup>2</sup>	274.0 mm <sup>3</sup>
9	12.6 cm	3.6 cm	7.3 cm	37.7 cm	68.4 cm <sup>2</sup>	7.5 cm	8.4 cm	10.5 cm	157.7 cm <sup>2</sup>	226.1 cm <sup>2</sup>	171.9 cm <sup>3</sup>
10	7.6 m	2.2 m	4.4 m	22.7 m	24.8 m <sup>2</sup>	6.6 m	6.9 m	7.9 m	78.6 m <sup>2</sup>	103.5 m <sup>2</sup>	54.4 m <sup>3</sup>

**Aufgabe 2:** Berechne die jeweils fehlenden Größen der regelmäßigen Fünfeckpyramide (Grundkante a, Grundflächendreieckhöhe  $h_a$ , Grundflächenradius r, Umfang u, Seitenhöhe  $h_s$ , Seitenkante s, Grundfläche G, Mantelfläche M, Oberfläche O, Volumen V).

Nr.	Gegeben:	Gesucht:	Grafik:
1	$a = 2.8 \text{ dm}$ , $h = 11.7 \text{ dm}$	$h_a, r, u, G, h_s, s, M, O, V$	

2	$G = 36.7 \text{ cm}^2, V = 126.6 \text{ cm}^3$	a, $h_a$ , r, u, h, $h_s$ , s, M, O	
3	$G = 54.0 \text{ m}^2, O = 231.1 \text{ m}^2$	a, $h_a$ , r, u, h, $h_s$ , s, M, V	
4	u = 30.8 mm, s = 11.1 mm	a, $h_a$ , r, G, h, $h_s$ , M, O, V	
5	$G = 100.1 \text{ dm}^2, O = 479.0 \text{ dm}^2$	a, $h_a$ , r, u, h, $h_s$ , s, M, V	
6	$G = 102.9 \text{ m}^2, V = 494.6 \text{ m}^3$	a, $h_a$ , r, u, h, $h_s$ , s, M, O	

7	$G = 76.2 \text{ cm}^2, O = 373.0 \text{ cm}^2$	$a, h_a, r, u, h, h_s, s, M, V$	
8	$h = 5.9 \text{ cm}, V = 194.4 \text{ cm}^3$	$a, h_a, r, u, G, h_s, s, M, O$	
9	$u = 29.4 \text{ dm}, s = 9.9 \text{ dm}$	$a, h_a, r, G, h, h_s, M, O, V$	
10	$M = 135.6 \text{ dm}^2, O = 152.6 \text{ dm}^2$	$a, h_a, r, u, G, h, h_s, s, V$	

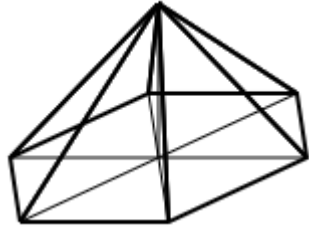

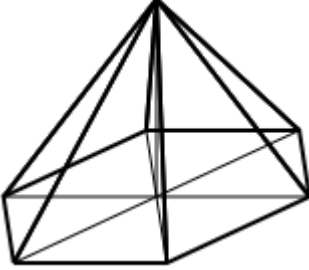

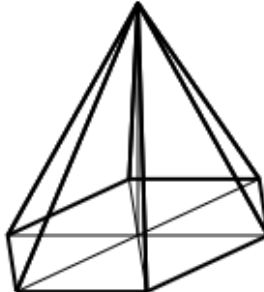
**Vorgehensweise:** Zur Ermittlung der fehlenden Größen der Pyramide ist die obige Formelsammlung für Fünfeckpyramiden anzuwenden.


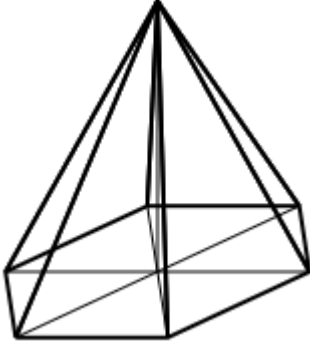
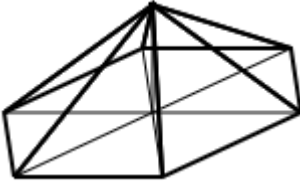
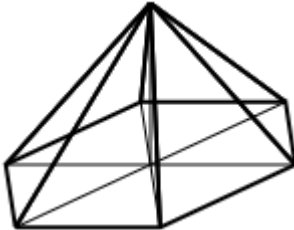

**Lösungen:**

Eckenanzahl $n = 5$		Innenwinkel (Grundflächendreieck) $\varphi = 72^\circ$									
Nr.	a=	$h_a$ =	r=	u=	G=	h=	$h_s$ =	s=	M=	O=	V=
1	2.8 dm	1.9 dm	2.3 dm	13.8 dm	13.1 dm <sup>2</sup>	11.7 dm	11.9 dm	12.0 dm	82.1 dm <sup>2</sup>	95.2 dm <sup>2</sup>	51.3 dm <sup>3</sup>
2	4.6 cm	3.2 cm	3.9 cm	23.1 cm	36.7 cm <sup>2</sup>	10.3 cm	10.8 cm	11.1 cm	125.0 cm <sup>2</sup>	161.7 cm <sup>2</sup>	126.6 cm <sup>3</sup>
3	5.6 m	3.9 m	4.8 m	28.0 m	54.0 m <sup>2</sup>	12.0 m	12.6 m	12.9 m	177.1 m <sup>2</sup>	231.1 m <sup>2</sup>	216.8 m <sup>3</sup>
4	6.2 mm	4.2 mm	5.2 mm	30.8 mm	65.4 mm <sup>2</sup>	9.7 mm	10.6 mm	11.1 mm	163.7 mm <sup>2</sup>	229.1 mm <sup>2</sup>	212.2 mm <sup>3</sup>
5	7.6 dm	5.2 dm	6.5 dm	38.1 dm	100.1 dm <sup>2</sup>	19.2 dm	19.9 dm	20.2 dm	378.9 dm <sup>2</sup>	479.0 dm <sup>2</sup>	639.4 dm <sup>3</sup>
6	7.7 m	5.3 m	6.6 m	38.7 m	102.9 m <sup>2</sup>	14.4 m	15.4 m	15.9 m	297.2 m <sup>2</sup>	400.1 m <sup>2</sup>	494.6 m <sup>3</sup>
7	6.7 cm	4.6 cm	5.7 cm	33.3 cm	76.2 cm <sup>2</sup>	17.2 cm	17.8 cm	18.2 cm	296.9 cm <sup>2</sup>	373.0 cm <sup>2</sup>	437.9 cm <sup>3</sup>
8	7.5 cm	5.2 cm	6.4 cm	37.7 cm	98.1 cm <sup>2</sup>	5.9 cm	7.9 cm	8.8 cm	149.0 cm <sup>2</sup>	247.1 cm <sup>2</sup>	194.4 cm <sup>3</sup>
9	5.9 dm	4.0 dm	5.0 dm	29.4 dm	59.5 dm <sup>2</sup>	8.5 dm	9.5 dm	9.9 dm	139.0 dm <sup>2</sup>	198.5 dm <sup>2</sup>	169.5 dm <sup>3</sup>



**Aufgabe 3:** Berechne die jeweils fehlenden Größen der regelmäßigen Sechseckpyramide (Grundkante  $a$ , Grundflächendreieckhöhe  $h_a$ , Grundflächenradius  $r$ , Umfang  $u$ , Seitenhöhe  $h_s$ , Seitenkante  $s$ , Grundfläche  $G$ , Mantelfläche  $M$ , Oberfläche  $O$ , Volumen  $V$ ).

Nr.	Gegeben:	Gesucht:	Grafik:
1	$h_s = 10.8 \text{ m}$ , $M = 258.0 \text{ m}^2$	$a$ , $h_a$ , $r$ , $u$ , $G$ , $h$ , $s$ , $O$ , $V$	
2	$a = 4.1 \text{ dm}$ , $s = 12.7 \text{ dm}$	$h_a$ , $r$ , $u$ , $G$ , $h$ , $h_s$ , $M$ , $O$ , $V$	
3	$u = 41.2 \text{ m}$ , $M = 221.3 \text{ m}^2$	$a$ , $h_a$ , $r$ , $G$ , $h$ , $h_s$ , $s$ , $O$ , $V$	
4	$h = 8.7 \text{ dm}$ , $h_s = 9.2 \text{ dm}$	$a$ , $h_a$ , $r$ , $u$ , $G$ , $s$ , $M$ , $O$ , $V$	
5	$h_s = 7.3 \text{ cm}$ , $M = 80.5 \text{ cm}^2$	$a$ , $h_a$ , $r$ , $u$ , $G$ , $h$ , $s$ , $O$ , $V$	

6	$u = 26.8 \text{ cm}, h = 15.3 \text{ cm}$	$a, h_a, r, G, h_s, s, M, O, V$	
7	$a = 7.3 \text{ dm}, s = 14.9 \text{ dm}$	$h_a, r, u, G, h, h_s, M, O, V$	
8	$a = 8.0 \text{ mm}, M = 216.3 \text{ mm}^2$	$h_a, r, u, G, h, h_s, s, O, V$	
9	$M = 159.0 \text{ cm}^2, O = 256.9 \text{ cm}^2$	$a, h_a, r, u, G, h, h_s, s, V$	
10	$h_s = 20.0 \text{ mm}, M = 313.5 \text{ mm}^2$	$a, h_a, r, u, G, h, s, O, V$	

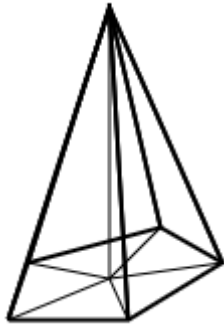
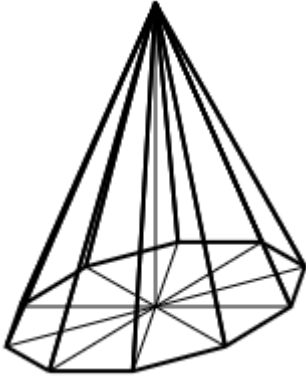

**Vorgehensweise:** Zur Ermittlung der fehlenden Größen der Pyramide ist die obige Formelsammlung für Sechseckpyramiden anzuwenden.

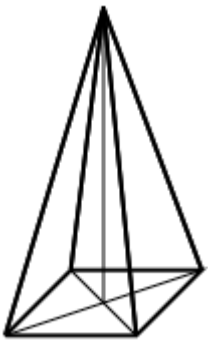
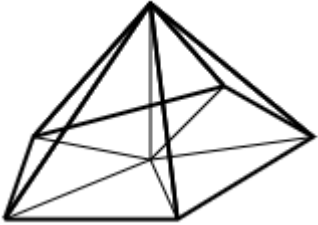

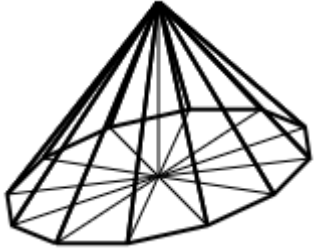
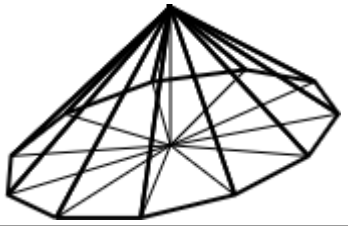

**Lösungen:**


Eckenanzahl $n = 6$		Innenwinkel (Grundflächendreieck) $\varphi = 60^\circ$									
Nr.	a=	$h_a$ =	r=	u=	G=	h=	$h_s$ =	s=	M=	O=	V=
1	8.0 m	6.9 m	8.0 m	47.7 m	164.2 m <sup>2</sup>	8.3 m	10.8 m	11.5 m	258.0 m <sup>2</sup>	422.2 m <sup>2</sup>	456.7 m <sup>3</sup>
2	4.1 dm	3.5 dm	4.1 dm	24.4 dm	42.8 dm <sup>2</sup>	12.1 dm	12.6 dm	12.7 dm	153.0 dm <sup>2</sup>	195.8 dm <sup>2</sup>	172.1 dm <sup>3</sup>

3	6.9 m	5.9 m	6.9 m	41.2 m	122.5 m <sup>2</sup>	8.9 m	10.7 m	11.3 m	221.3 m <sup>2</sup>	343.8 m <sup>2</sup>	365.3 m <sup>3</sup>
4	3.2 dm	2.8 dm	3.2 dm	19.4 dm	27.3 dm <sup>2</sup>	8.7 dm	9.2 dm	9.3 dm	89.2 dm <sup>2</sup>	116.5 dm <sup>2</sup>	79.4 dm <sup>3</sup>
5	3.7 cm	3.2 cm	3.7 cm	22.0 cm	34.8 cm <sup>2</sup>	6.6 cm	7.3 cm	7.6 cm	80.5 cm <sup>2</sup>	115.3 cm <sup>2</sup>	76.7 cm <sup>3</sup>
6	4.5 cm	3.9 cm	4.5 cm	26.8 cm	51.7 cm <sup>2</sup>	15.3 cm	15.8 cm	16.0 cm	211.7 cm <sup>2</sup>	263.4 cm <sup>2</sup>	264.3 cm <sup>3</sup>
7	7.3 dm	6.3 dm	7.3 dm	43.9 dm	138.8 dm <sup>2</sup>	13.0 dm	14.5 dm	14.9 dm	316.9 dm <sup>2</sup>	455.8 dm <sup>2</sup>	601.2 dm <sup>3</sup>
8	8.0 mm	6.9 mm	8.0 mm	48.0 mm	166.2 mm <sup>2</sup>	5.8 mm	9.0 mm	9.9 mm	216.3 mm <sup>2</sup>	382.5 mm <sup>2</sup>	319.4 mm <sup>3</sup>
9	6.1 cm	5.3 cm	6.1 cm	36.8 cm	97.9 cm <sup>2</sup>	6.8 cm	8.6 cm	9.2 cm	159.0 cm <sup>2</sup>	256.9 cm <sup>2</sup>	222.0 cm <sup>3</sup>
10	5.2 mm	4.5 mm	5.2 mm	31.3 mm	70.9 mm <sup>2</sup>	19.5 mm	20.0 mm	20.2 mm	313.5 mm <sup>2</sup>	384.4 mm <sup>2</sup>	460.5 mm <sup>3</sup>

**Aufgabe 4:** Berechne die jeweils fehlenden Größen der regelmäßigen n-Eckpyramide (Eckenanzahl n der Grundfläche, Innenwinkel  $\varphi$  der Grundflächendreiecke, Grundkante a, Grundflächendreieckshöhe  $h_a$ , Grundflächenradius r, Umfang u, Seitenhöhe  $h_s$ , Seitenkante s, Grundfläche G, Mantelfläche M, Oberfläche O, Volumen V).

Nr.	Typ:	Gegeben:	Gesucht:	Grafik:
1	5-Eckpyramide	$G = 27.0 \text{ cm}^2$ , $O = 120.4 \text{ cm}^2$	$a, h_a, r, u, h, h_s, s, M, V$	
2	10-Eckpyramide	$a = 4.5 \text{ cm}$ , $h = 16.3 \text{ cm}$	$h_a, r, u, G, h_s, s, M, O, V$	
3	6-Eckpyramide	$u = 20.0 \text{ cm}$ , $V = 109.9 \text{ cm}^3$	$a, h_a, r, G, h, h_s, s, M, O$	

4	4-Eckpyramide	$u = 22.2 \text{ cm}, h = 12.4 \text{ cm}$	$a, h_a, r, G, h_s, s, M, O, V$	
5	5-Eckpyramide	$a = 5.7 \text{ cm}, O = 150.0 \text{ cm}^2$	$h_a, r, u, G, h, h_s, s, M, V$	
6	9-Eckpyramide	$u = 33.6 \text{ cm}, h_s = 18.7 \text{ cm}$	$a, h_a, r, G, h, s, M, O, V$	
7	12-Eckpyramide	$a = 2.4 \text{ cm}, M = 104.8 \text{ cm}^2$	$h_a, r, u, G, h, h_s, s, O, V$	
8	11-Eckpyramide	$h = 7.4 \text{ cm}, h_s = 10.8 \text{ cm}$	$a, h_a, r, u, G, s, M, O, V$	
9	10-Eckpyramide	$u = 44.8 \text{ cm}, O = 489.3 \text{ cm}^2$	$a, h_a, r, G, h, h_s, s, M, V$	


10	7-Eckpyramide	$u = 20.2 \text{ cm}$ , $h_s = 6.0 \text{ cm}$	$a$ , $h_a$ , $r$ , $G$ , $h$ , $s$ , $M$ , $O$ , $V$	
----	---------------	--	---	---

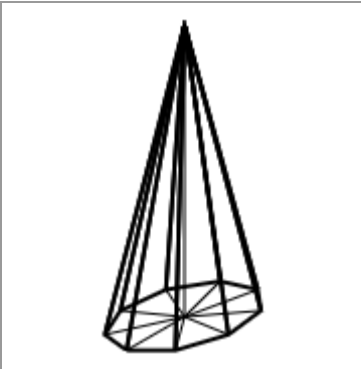
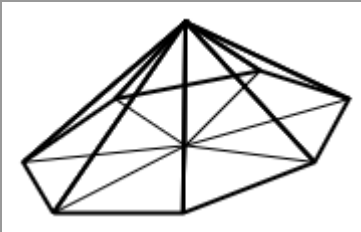
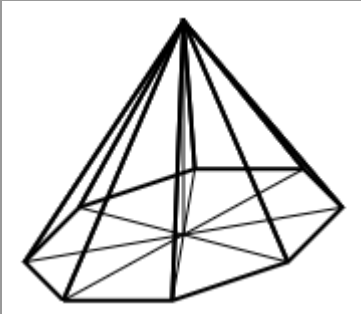
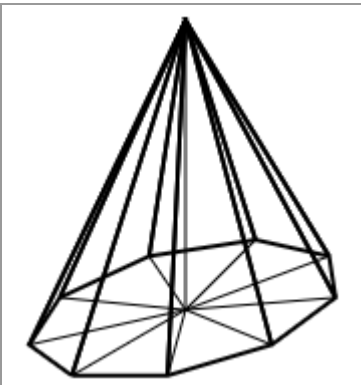
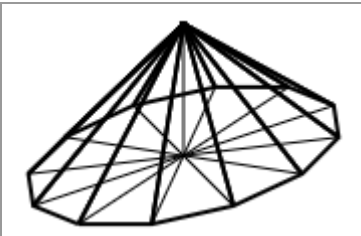
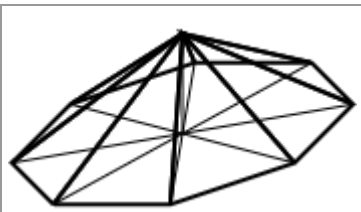
**Vorgehensweise:** Zur Ermittlung der fehlenden Größen der Pyramide ist die obige Formelsammlung für n-Eckpyramiden anzuwenden.


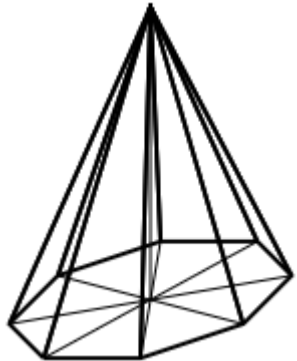

**Lösungen:**

Nr.	n=	$\varphi$ =	a=	$h_a$ =	r=	u=	G=	h=	$h_s$ =	s=	M=	O=	V=
1	5	72°	4.0 cm	2.7 cm	3.4 cm	19.8 cm	27.0 cm <sup>2</sup>	9.0 cm	9.4 cm	9.6 cm	93.4 cm <sup>2</sup>	120.4 cm <sup>2</sup>	81.3 cm <sup>3</sup>
2	10	36°	4.5 cm	6.9 cm	7.3 cm	44.9 cm	155.2 cm <sup>2</sup>	16.3 cm	17.7 cm	17.8 cm	396.7 cm <sup>2</sup>	551.9 cm <sup>2</sup>	841.0 cm <sup>3</sup>
3	6	60°	3.3 cm	2.9 cm	3.3 cm	20.0 cm	29.0 cm <sup>2</sup>	11.4 cm	11.8 cm	11.9 cm	117.7 cm <sup>2</sup>	146.6 cm <sup>2</sup>	109.9 cm <sup>3</sup>
4	4	90°	5.5 cm	2.8 cm	3.9 cm	22.2 cm	30.7 cm <sup>2</sup>	12.4 cm	12.7 cm	13.0 cm	140.5 cm <sup>2</sup>	171.2 cm <sup>2</sup>	126.6 cm <sup>3</sup>
5	5	72°	5.7 cm	4.0 cm	4.9 cm	28.7 cm	56.7 cm <sup>2</sup>	5.2 cm	6.5 cm	7.1 cm	93.3 cm <sup>2</sup>	150.0 cm <sup>2</sup>	97.5 cm <sup>3</sup>
6	9	40°	3.7 cm	5.1 cm	5.5 cm	33.6 cm	86.1 cm <sup>2</sup>	18.0 cm	18.7 cm	18.8 cm	313.8 cm <sup>2</sup>	400.0 cm <sup>2</sup>	515.8 cm <sup>3</sup>
7	12	30°	2.4 cm	4.5 cm	4.6 cm	28.7 cm	64.2 cm <sup>2</sup>	5.8 cm	7.3 cm	7.4 cm	104.8 cm <sup>2</sup>	169.0 cm <sup>2</sup>	123.4 cm <sup>3</sup>
8	11	32.73°	4.6 cm	7.8 cm	8.1 cm	50.2 cm	195.2 cm <sup>2</sup>	7.4 cm	10.8 cm	11.0 cm	270.0 cm <sup>2</sup>	465.2 cm <sup>2</sup>	483.3 cm <sup>3</sup>
9	10	36°	4.5 cm	6.9 cm	7.2 cm	44.8 cm	154.2 cm <sup>2</sup>	13.3 cm	15.0 cm	15.1 cm	335.1 cm <sup>2</sup>	489.3 cm <sup>2</sup>	683.2 cm <sup>3</sup>
10	7	51.43°	2.9 cm	3.0 cm	3.3 cm	20.2 cm	30.3 cm <sup>2</sup>	5.2 cm	6.0 cm	6.2 cm	60.8 cm <sup>2</sup>	91.1 cm <sup>2</sup>	52.7 cm <sup>3</sup>

**Aufgabe 5:** Berechne die jeweils fehlenden Größen der regelmäßigen n-Eckpyramide (Eckenanzahl n der Grundfläche, Innenwinkel  $\varphi$  der Grundflächendreiecke, Grundkante a, Grundflächendreieckshöhe  $h_a$ , Grundflächenradius r, Umfang u, Seitenhöhe  $h_s$ , Seitenkante s, Grundfläche G, Mantelfläche M, Oberfläche O, Volumen V).

Nr.	Typ:	Gegeben:	Gesucht:	Grafik:
1	7-Eckpyramide	$u = 25.7 \text{ cm}$ , $h = 11.3 \text{ cm}$	$a$ , $h_a$ , $r$ , $G$ , $h_s$ , $s$ , $M$ , $O$ , $V$	

2	9-Eckpyramide	$u = 18.3 \text{ dm}$ , $h_s = 12.6 \text{ dm}$	$a$ , $h_a$ , $r$ , $G$ , $h$ , $s$ , $M$ , $O$ , $V$	
3	7-Eckpyramide	$a = 5.5 \text{ m}$ , $h_s = 7.7 \text{ m}$	$h_a$ , $r$ , $u$ , $G$ , $h$ , $s$ , $M$ , $O$ , $V$	
4	8-Eckpyramide	$h = 9.0 \text{ mm}$ , $h_s = 10.5 \text{ mm}$	$a$ , $h_a$ , $r$ , $u$ , $G$ , $s$ , $M$ , $O$ , $V$	
5	9-Eckpyramide	$a = 4.1 \text{ mm}$ , $h = 12.2 \text{ mm}$	$h_a$ , $r$ , $u$ , $G$ , $h_s$ , $s$ , $M$ , $O$ , $V$	
6	12-Eckpyramide	$h = 4.0 \text{ cm}$ , $V = 73.1 \text{ cm}^3$	$a$ , $h_a$ , $r$ , $u$ , $G$ , $h_s$ , $s$ , $M$ , $O$	
7	8-Eckpyramide	$h_s = 7.8 \text{ mm}$ , $M = 166.3 \text{ mm}^2$	$a$ , $h_a$ , $r$ , $u$ , $G$ , $h$ , $s$ , $O$ , $V$	

8	11-Eckpyramide	$u = 49.5 \text{ m}, M = 247.8 \text{ m}^2$	$a, h_a, r, G, h, h_s, s, O, V$	
9	8-Eckpyramide	$h_s = 14.2 \text{ dm}, M = 248.0 \text{ dm}^2$	$a, h_a, r, u, G, h, s, O, V$	
10	11-Eckpyramide	$u = 46.3 \text{ mm}, V = 233.2 \text{ mm}^3$	$a, h_a, r, G, h, h_s, s, M, O$	

**Vorgehensweise:** Zur Ermittlung der fehlenden Größen der Pyramide ist die obige Formelsammlung für n-Eckpyramiden anzuwenden.

**Lösungen:**

Nr.	n=	$\varphi=$	a=	$h_a=$	r=	u=	G=	h=	$h_s=$	s=	M=	O=	V=
1	7	51.43°	3.7 cm	3.8 cm	4.2 cm	25.7 cm	48.8 cm <sup>2</sup>	11.3 cm	11.9 cm	12.0 cm	152.6 cm <sup>2</sup>	201.4 cm <sup>2</sup>	183.4 cm <sup>3</sup>
2	9	40°	2.0 dm	2.8 dm	3.0 dm	18.3 dm	25.4 dm <sup>2</sup>	12.3 dm	12.6 dm	12.6 dm	114.7 dm <sup>2</sup>	140.2 dm <sup>2</sup>	103.9 dm <sup>3</sup>
3	7	51.43°	5.5 m	5.7 m	6.3 m	38.3 m	109.0 m <sup>2</sup>	5.2 m	7.7 m	8.2 m	147.1 m <sup>2</sup>	256.1 m <sup>2</sup>	187.4 m <sup>3</sup>
4	8	45°	4.6 mm	5.5 mm	6.0 mm	36.5 mm	100.7 mm <sup>2</sup>	9.0 mm	10.5 mm	10.8 mm	192.1 mm <sup>2</sup>	292.8 mm <sup>2</sup>	300.5 mm <sup>3</sup>
5	9	40°	4.1 mm	5.6 mm	5.9 mm	36.5 mm	101.9 mm <sup>2</sup>	12.2 mm	13.4 mm	13.6 mm	245.4 mm <sup>2</sup>	347.2 mm <sup>2</sup>	414.9 mm <sup>3</sup>
6	12	30°	2.2 cm	4.1 cm	4.3 cm	26.4 cm	54.2 cm <sup>2</sup>	4.0 cm	5.8 cm	5.9 cm	76.1 cm <sup>2</sup>	130.3 cm <sup>2</sup>	73.1 cm <sup>3</sup>
7	8	45°	5.3 mm	6.4 mm	6.9 mm	42.4 mm	135.8 mm <sup>2</sup>	4.5 mm	7.8 mm	8.3 mm	166.3 mm <sup>2</sup>	302.1 mm <sup>2</sup>	204.7 mm <sup>3</sup>
8	11	32.73°	4.5 m	7.7 m	8.0 m	49.5 m	189.6 m <sup>2</sup>	6.4 m	10.0 m	10.3 m	247.8 m <sup>2</sup>	437.4 m <sup>2</sup>	407.2 m <sup>3</sup>
9	8	45°	4.4 dm	5.3 dm	5.7 dm	35.0 dm	92.2 dm <sup>2</sup>	13.2 dm	14.2 dm	14.4 dm	248.0 dm <sup>2</sup>	340.2 dm <sup>2</sup>	404.9 dm <sup>3</sup>
10	11	32.73°	4.2 mm	7.2 mm	7.5 mm	46.3 mm	165.9 mm <sup>2</sup>	4.2 mm	8.3 mm	8.6 mm	192.5 mm <sup>2</sup>	358.4 mm <sup>2</sup>	233.2 mm <sup>3</sup>