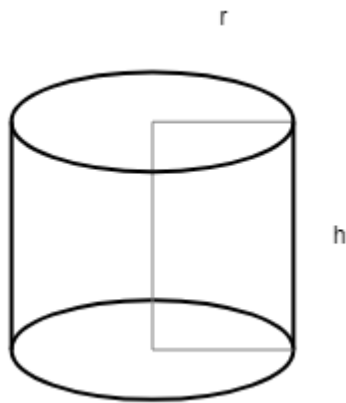


Mathematik-Aufgabenpool

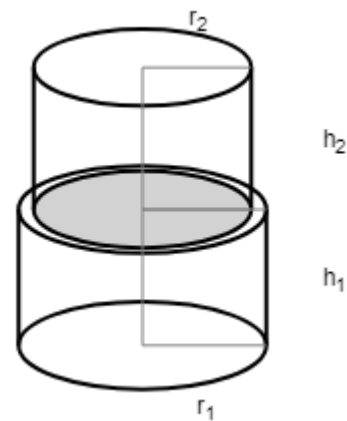
> Berechnung von Doppelzylindern

Einleitung: Ein (gerader) Zylinder mit einem Kreis als Grundfläche ist durch den Radius r des Kreises mit Durchmesser d und Kreisumfang u sowie durch die Zylinderhöhe h bestimmt, weiter durch die Grundfläche G , die Oberfläche O , die Mantelfläche M und das Volumen V . Es gilt: $d=2r$, $u=2\pi r$, $G=\pi r^2$, $M=2\pi r h$, $O=2G+M=2\pi r^2+2\pi r h$, $V=Gh=\pi r^2 h$.

Ein (gerader) Doppelzylinder ist ein aus zwei konzentrischen Zylindern bestehender zusammengesetzter Körper mit den Radien r_1 , r_2 , $r_1 > r_2$, und den Höhen h_1 , h_2 der Teilzylinder. Der Teilzylinder mit größerem Radius r_1 hat das Volumen $V_1=\pi r_1^2 h_1$ und die Oberfläche $O_1=2\pi r_1^2+2\pi r_1 h_1$, der andere Teilzylinder das Volumen $V_2=\pi r_2^2 h_2$ und die Mantelfläche $M_2=2\pi r_2 h_2$, der zusammengesetzte Körper das Volumen $V=V_1+V_2$ und die Oberfläche $O=O_1+M_2$.



Zylinder: Radius r , Höhe h



Doppelzylinder: Radien r_1 , r_2 , Höhen h_1 , h_2


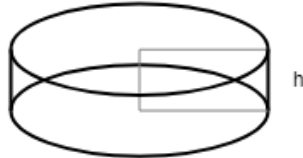
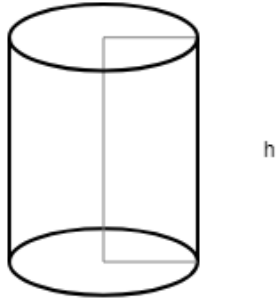
Formelsammlung (Zylinder):


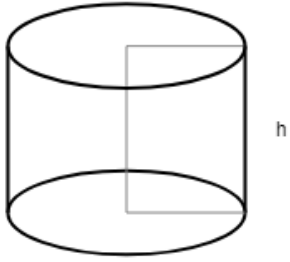
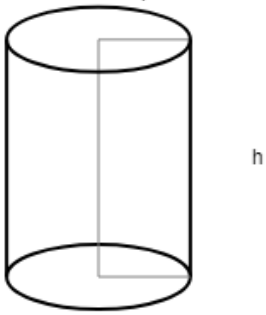
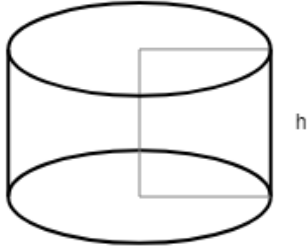
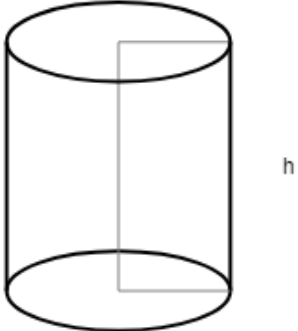
Grundfläche, Radius	$G = \pi r^2$	$r = \sqrt{\frac{G}{\pi}}$	
Durchmesser	$d = 2r$	$r = \frac{d}{2}$	
Kreisumfang	$u = 2\pi r$	$u = \pi d$	$r = \frac{u}{2\pi}$
Mantelfläche	$M = 2\pi r h$	$r = \frac{M}{2\pi h}$	$h = \frac{M}{2\pi r}$
	$O = 2 \cdot G + M = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi r(r + h)$		
Oberfläche	$G = \frac{O - M}{2}$	$M = O - 2 \cdot G$	
		$r = -\frac{h}{2} + \sqrt{\frac{h^2}{4} + \frac{O}{2\pi}}$	$h = \frac{O}{2\pi} - r$
Volumen	$V = G \cdot h = \pi r^2 h$	$r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$	$h = \frac{V}{\pi r^2}$
Radius, Höhe	$r = \frac{2V}{M}$	$h = \frac{M^2}{4\pi V}$	$h = \frac{V}{G}$

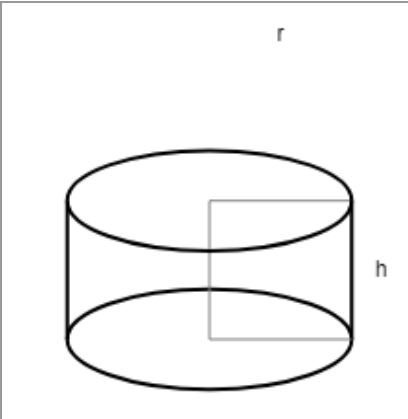
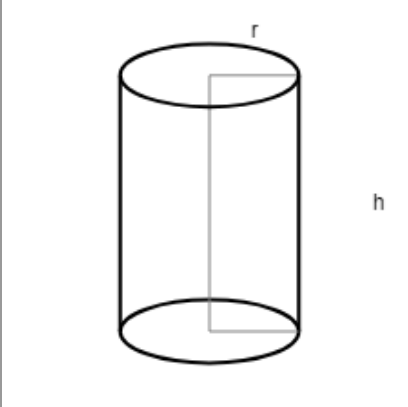
Formelsammlung (Doppelzylinder):

Radien, Höhen	r_1, r_2	$r_1 > r_2$	h_1, h_2
Zylinder mit dem größeren Radius r_1	$G_1 = \pi r_1^2$		$M_1 = 2\pi r_1 h_1$
	$O_1 = 2 \cdot G_1 + M_1 = 2\pi r_1^2 + 2\pi r_1 h_1 = 2\pi r_1 (r_1 + h_1)$		
	$V_1 = G_1 \cdot h_1 = \pi r_1^2 h_1$		
Zylinder mit dem kleineren Radius r_2	$G_2 = \pi r_2^2$		$M_2 = 2\pi r_2 h_2$
	$O_2 = 2 \cdot G_2 + M_2 = 2\pi r_2^2 + 2\pi r_2 h_2 = 2\pi r_2 (r_2 + h_2)$		
	$V_2 = G_2 \cdot h_2 = \pi r_2^2 h_2$		
Gesamtoberfläche	$O = O_1 + M_2 = 2 \cdot G_1 + M_1 + M_2 = 2\pi r_1^2 + 2\pi r_1 h_1 + 2\pi r_2 h_2 = 2\pi (r_1^2 + r_1 h_1 + r_2 h_2)$		
Gesamtvolumen	$V = V_1 + V_2 = G_1 \cdot h_1 + G_2 \cdot h_2 = \pi r_1^2 h_1 + \pi r_2^2 h_2 = \pi (r_1^2 h_1 + r_2^2 h_2)$		

Aufgabe 1: Bestimme mit vorgegebenem Radius r und vorgegebener Höhe h den Durchmesser d , den Umfang u , die Grundfläche G , die Mantelfläche M , die Oberfläche O und das Volumen V des Zylinders.

Nr.	Gegeben:	Gesucht:	Grafik:
1	$r = 9.1 \text{ cm}, h = 1.7 \text{ cm}$	d, u, G, M, O, V	
2	$r = 9.5 \text{ cm}, h = 4.5 \text{ cm}$	d, u, G, M, O, V	
3	$r = 2.6 \text{ cm}, h = 6.2 \text{ cm}$	d, u, G, M, O, V	

4	$r = 7.7 \text{ cm}, h = 2.3 \text{ cm}$	d, u, G, M, O, V	<p style="text-align: center;">r</p> 
5	$r = 5.2 \text{ cm}, h = 7.3 \text{ cm}$	d, u, G, M, O, V	<p style="text-align: center;">r</p> 
6	$r = 3.6 \text{ cm}, h = 9.3 \text{ cm}$	d, u, G, M, O, V	<p style="text-align: center;">r</p> 
7	$r = 7.3 \text{ cm}, h = 8.2 \text{ cm}$	d, u, G, M, O, V	<p style="text-align: center;">r</p> 
8	$r = 4.1 \text{ cm}, h = 9.1 \text{ cm}$	d, u, G, M, O, V	<p style="text-align: center;">r</p> 

9	$r = 7.9 \text{ cm}, h = 7.7 \text{ cm}$	d, u, G, M, O, V	
10	$r = 3.0 \text{ cm}, h = 8.6 \text{ cm}$	d, u, G, M, O, V	

Vorgehensweise: Zur Ermittlung der fehlenden Größen ist die obige Formelsammlung für Zylinder anzuwenden.

Lösungen:

Nr.	r=	d=	u=	G=	h=	M=	O=	V=
1	9.1 cm	18.2 cm	57.2 cm	260.2 cm ²	1.7 cm	97.2 cm ²	617.6 cm ²	442.3 cm ³
2	9.5 cm	19.0 cm	59.7 cm	283.5 cm ²	4.5 cm	268.6 cm ²	835.6 cm ²	1275.9 cm ³
3	2.6 cm	5.2 cm	16.3 cm	21.2 cm ²	6.2 cm	101.3 cm ²	143.7 cm ²	131.7 cm ³
4	7.7 cm	15.4 cm	48.4 cm	186.3 cm ²	2.3 cm	111.3 cm ²	483.9 cm ²	428.4 cm ³
5	5.2 cm	10.4 cm	32.7 cm	84.9 cm ²	7.3 cm	238.5 cm ²	408.3 cm ²	620.1 cm ³
6	3.6 cm	7.2 cm	22.6 cm	40.7 cm ²	9.3 cm	210.4 cm ²	291.8 cm ²	378.6 cm ³
7	7.3 cm	14.6 cm	45.9 cm	167.4 cm ²	8.2 cm	376.1 cm ²	710.9 cm ²	1372.8 cm ³
8	4.1 cm	8.2 cm	25.8 cm	52.8 cm ²	9.1 cm	234.4 cm ²	340.0 cm ²	480.6 cm ³
9	7.9 cm	15.8 cm	49.6 cm	196.1 cm ²	7.7 cm	382.2 cm ²	774.4 cm ²	1509.7 cm ³
10	3.0 cm	6.0 cm	18.8 cm	28.3 cm ²	8.6 cm	162.1 cm ²	218.7 cm ²	243.2 cm ³

Aufgabe 2: Bestimme mit vorgegebenem Radius r und vorgegebener Höhe h den Durchmesser d, den Umfang u, die Grundfläche G, die Mantelfläche M, die Oberfläche O und das Volumen V des Zylinders.

Nr.	Gegeben:	Gesucht:
1	$r = 7.5 \text{ m}, h = 7.4 \text{ m}$	d, u, G, M, O, V
2	$r = 2.5 \text{ m}, h = 5.7 \text{ m}$	d, u, G, M, O, V
3	$r = 7.5 \text{ dm}, h = 4.2 \text{ dm}$	d, u, G, M, O, V
4	$r = 1.6 \text{ mm}, h = 6.3 \text{ mm}$	d, u, G, M, O, V
5	$r = 6.8 \text{ dm}, h = 8.7 \text{ dm}$	d, u, G, M, O, V

6	r = 6.8 mm, h = 1.4 mm	d, u, G, M, O, V
7	r = 9.2 mm, h = 7.1 mm	d, u, G, M, O, V
8	r = 5.8 mm, h = 9.9 mm	d, u, G, M, O, V
9	r = 9.0 m, h = 7.0 m	d, u, G, M, O, V
10	r = 4.9 mm, h = 7.7 mm	d, u, G, M, O, V
11	r = 2.9 mm, h = 8.7 mm	d, u, G, M, O, V
12	r = 3.3 cm, h = 4.8 cm	d, u, G, M, O, V
13	r = 4.3 cm, h = 2.4 cm	d, u, G, M, O, V
14	r = 5.0 m, h = 1.7 m	d, u, G, M, O, V
15	r = 6.8 mm, h = 9.7 mm	d, u, G, M, O, V
16	r = 8.4 dm, h = 6.6 dm	d, u, G, M, O, V
17	r = 6.7 cm, h = 2.3 cm	d, u, G, M, O, V
18	r = 8.9 mm, h = 9.0 mm	d, u, G, M, O, V
19	r = 9.2 m, h = 7.2 m	d, u, G, M, O, V
20	r = 5.6 mm, h = 6.1 mm	d, u, G, M, O, V

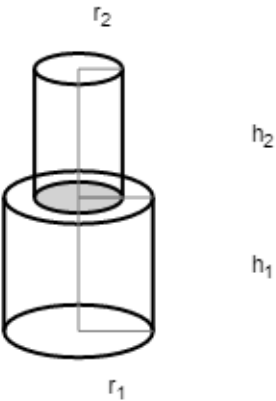
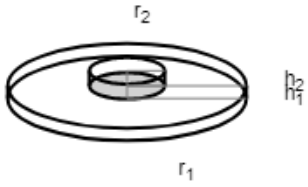
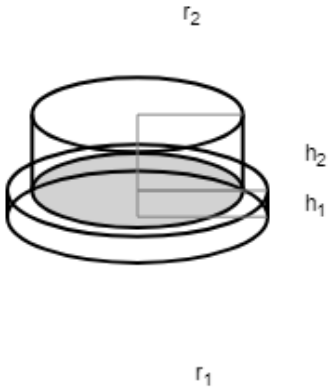
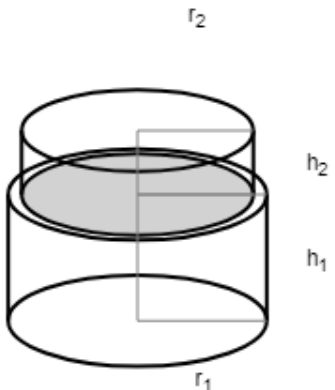
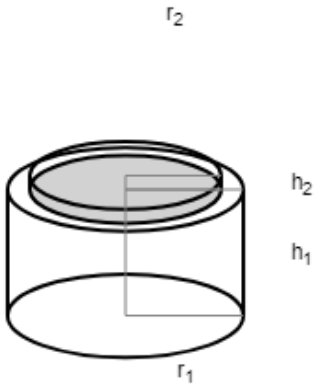
Vorgehensweise: Zur Ermittlung der fehlenden Größen ist die obige Formelsammlung für Zylinder anzuwenden.

Lösungen:

Nr.	r=	d=	u=	G=	h=	M=	O=	V=
1	7.5 m	15.0 m	47.1 m	176.7 m ²	7.4 m	348.7 m ²	702.1 m ²	1307.7 m ³
2	2.5 m	5.0 m	15.7 m	19.6 m ²	5.7 m	89.5 m ²	128.7 m ²	111.9 m ³
3	7.5 dm	15.0 dm	47.1 dm	176.7 dm ²	4.2 dm	197.9 dm ²	551.3 dm ²	742.2 dm ³
4	1.6 mm	3.2 mm	10.1 mm	8.0 mm ²	6.3 mm	63.3 mm ²	79.3 mm ²	50.7 mm ³
5	6.8 dm	13.6 dm	42.7 dm	145.3 dm ²	8.7 dm	371.7 dm ²	662.3 dm ²	1263.8 dm ³
6	6.8 mm	13.6 mm	42.7 mm	145.3 mm ²	1.4 mm	59.8 mm ²	350.4 mm ²	203.4 mm ³
7	9.2 mm	18.4 mm	57.8 mm	265.9 mm ²	7.1 mm	410.4 mm ²	942.2 mm ²	1887.9 mm ³
8	5.8 mm	11.6 mm	36.4 mm	105.7 mm ²	9.9 mm	360.8 mm ²	572.2 mm ²	1046.3 mm ³
9	9.0 m	18.0 m	56.5 m	254.5 m ²	7.0 m	395.8 m ²	904.8 m ²	1781.3 m ³
10	4.9 mm	9.8 mm	30.8 mm	75.4 mm ²	7.7 mm	237.1 mm ²	387.9 mm ²	580.8 mm ³
11	2.9 mm	5.8 mm	18.2 mm	26.4 mm ²	8.7 mm	158.5 mm ²	211.3 mm ²	229.9 mm ³
12	3.3 cm	6.6 cm	20.7 cm	34.2 cm ²	4.8 cm	99.5 cm ²	167.9 cm ²	164.2 cm ³
13	4.3 cm	8.6 cm	27.0 cm	58.1 cm ²	2.4 cm	64.8 cm ²	181.0 cm ²	139.4 cm ³
14	5.0 m	10.0 m	31.4 m	78.5 m ²	1.7 m	53.4 m ²	210.4 m ²	133.5 m ³
15	6.8 mm	13.6 mm	42.7 mm	145.3 mm ²	9.7 mm	414.4 mm ²	705.0 mm ²	1409.1 mm ³
16	8.4 dm	16.8 dm	52.8 dm	221.7 dm ²	6.6 dm	348.3 dm ²	791.7 dm ²	1463.0 dm ³
17	6.7 cm	13.4 cm	42.1 cm	141.0 cm ²	2.3 cm	96.8 cm ²	378.8 cm ²	324.4 cm ³
18	8.9 mm	17.8 mm	55.9 mm	248.8 mm ²	9.0 mm	503.3 mm ²	1000.9 mm ²	2239.6 mm ³
19	9.2 m	18.4 m	57.8 m	265.9 m ²	7.2 m	416.2 m ²	948.0 m ²	1914.5 m ³
20	5.6 mm	11.2 mm	35.2 mm	98.5 mm ²	6.1 mm	214.6 mm ²	411.6 mm ²	601.0 mm ³

Aufgabe 3: Bestimme mit vorgegebenen Radien r_1 , r_2 und vorgegebenen Höhen h_1 , h_2 die Oberfläche O und das Volumen V des aus zwei Zylindern zusammengesetzten Körpers.

Nr.	Gegeben:	Gesucht:	Grafik:
1	$r_1 = 5.7 \text{ cm}$, $h_1 = 1.3 \text{ cm}$, $r_2 = 2.3 \text{ cm}$, $h_2 = 1.2 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	
2	$r_1 = 6.7 \text{ cm}$, $h_1 = 3.6 \text{ cm}$, $r_2 = 2.4 \text{ cm}$, $h_2 = 6.0 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	
3	$r_1 = 9.2 \text{ cm}$, $h_1 = 6.2 \text{ cm}$, $r_2 = 7.4 \text{ cm}$, $h_2 = 9.1 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	
4	$r_1 = 9.5 \text{ cm}$, $h_1 = 5.7 \text{ cm}$, $r_2 = 4.1 \text{ cm}$, $h_2 = 9.3 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	

5	$r_1 = 4.4 \text{ cm}$, $h_1 = 7.9 \text{ cm}$, $r_2 = 2.6 \text{ cm}$, $h_2 = 7.6 \text{ cm}$	[O ₁ , M ₂ , V ₁ , V ₂ ->] O, V	
6	$r_1 = 9.5 \text{ cm}$, $h_1 = 1.0 \text{ cm}$, $r_2 = 3.0 \text{ cm}$, $h_2 = 1.2 \text{ cm}$	[O ₁ , M ₂ , V ₁ , V ₂ ->] O, V	
7	$r_1 = 8.4 \text{ cm}$, $h_1 = 1.7 \text{ cm}$, $r_2 = 6.8 \text{ cm}$, $h_2 = 4.9 \text{ cm}$	[O ₁ , M ₂ , V ₁ , V ₂ ->] O, V	
8	$r_1 = 8.7 \text{ cm}$, $h_1 = 8.5 \text{ cm}$, $r_2 = 7.8 \text{ cm}$, $h_2 = 4.3 \text{ cm}$	[O ₁ , M ₂ , V ₁ , V ₂ ->] O, V	
9	$r_1 = 8.5 \text{ cm}$, $h_1 = 9.1 \text{ cm}$, $r_2 = 6.9 \text{ cm}$, $h_2 = 1.0 \text{ cm}$	[O ₁ , M ₂ , V ₁ , V ₂ ->] O, V	

10	$r_1 = 4.9 \text{ cm}, h_1 = 5.0 \text{ cm}, r_2 = 2.2 \text{ cm}, h_2 = 2.5 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	
----	------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------	--

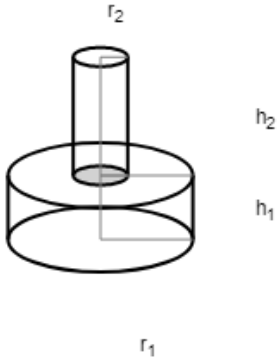
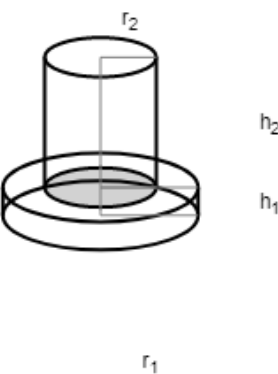
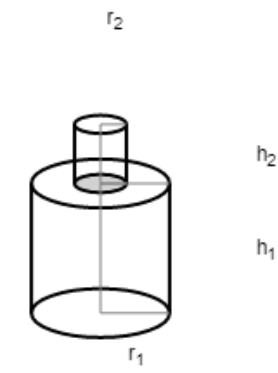
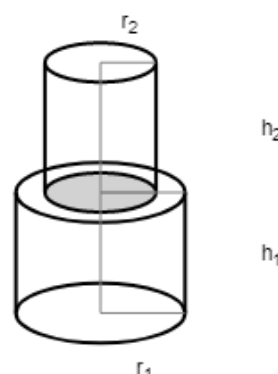
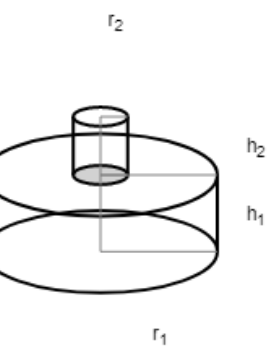
Vorgehensweise: Zur Ermittlung der fehlenden Größen ist die obige Formelsammlung für aus zwei Zylindern zusammengesetzte Körper anzuwenden.

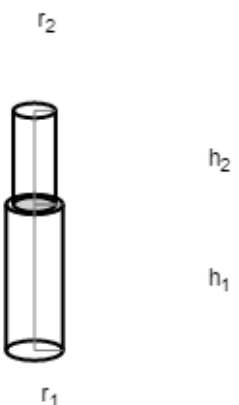
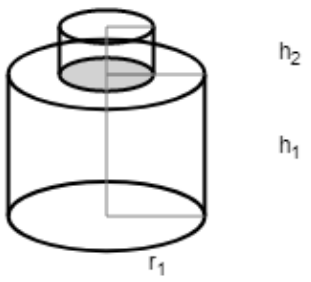
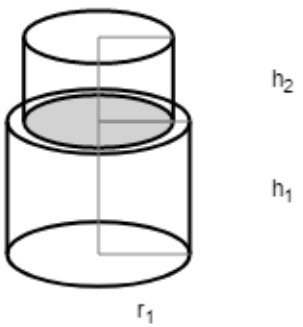
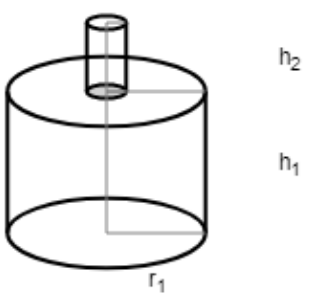
Lösungen:

Nr.	$r_1=$	$h_1=$	$O_1=$	$V_1=$	$r_2=$	$h_2=$	$M_2=$	$V_2=$	$O=$	$V=$
1	5.7 cm	1.3 cm	250.7 cm ²	132.69 cm ³	2.3 cm	1.2 cm	17.34 cm ²	19.94 cm ³	268.0 cm ²	152.6 cm ³
2	6.7 cm	3.6 cm	433.61 cm ²	507.69 cm ³	2.4 cm	6.0 cm	90.48 cm ²	108.57 cm ³	524.1 cm ²	616.3 cm ³
3	9.2 cm	6.2 cm	890.19 cm ²	1648.61 cm ³	7.4 cm	9.1 cm	423.11 cm ²	1565.51 cm ³	1313.3 cm ²	3214.1 cm ³
4	9.5 cm	5.7 cm	907.29 cm ²	1616.11 cm ³	4.1 cm	9.3 cm	239.58 cm ²	491.13 cm ³	1146.9 cm ²	2107.2 cm ³
5	4.4 cm	7.9 cm	340.04 cm ²	480.49 cm ³	2.6 cm	7.6 cm	124.16 cm ²	161.4 cm ³	464.2 cm ²	641.9 cm ³
6	9.5 cm	1.0 cm	626.75 cm ²	283.53 cm ³	3.0 cm	1.2 cm	22.62 cm ²	33.93 cm ³	649.4 cm ²	317.5 cm ³
7	8.4 cm	1.7 cm	533.06 cm ²	376.84 cm ³	6.8 cm	4.9 cm	209.36 cm ²	711.81 cm ³	742.4 cm ²	1088.6 cm ³
8	8.7 cm	8.5 cm	940.22 cm ²	2021.19 cm ³	7.8 cm	4.3 cm	210.74 cm ²	821.88 cm ³	1151.0 cm ²	2843.1 cm ³
9	8.5 cm	9.1 cm	939.96 cm ²	2065.52 cm ³	6.9 cm	1.0 cm	43.35 cm ²	149.57 cm ³	983.3 cm ²	2215.1 cm ³
10	4.9 cm	5.0 cm	304.8 cm ²	377.15 cm ³	2.2 cm	2.5 cm	34.56 cm ²	38.01 cm ³	339.4 cm ²	415.2 cm ³

Aufgabe 4: Bestimme mit vorgegebenen Radien r_1, r_2 und vorgegebenen Höhen h_1, h_2 die Oberfläche O und das Volumen V des aus zwei Zylindern zusammengesetzten Körpers.

Nr.	Gegeben:	Gesucht:	Grafik:
1	$r_1 = 10.9 \text{ m}, h_1 = 13.2 \text{ m}, r_2 = 2.7 \text{ m}, h_2 = 17.9 \text{ m}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	

2	$r_1 = 7.8 \text{ m}, h_1 = 5.4 \text{ m}, r_2 = 2.3 \text{ m},$ $h_2 = 10.0 \text{ m}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	
3	$r_1 = 12.6 \text{ cm}, h_1 = 3.6 \text{ cm},$ $r_2 = 7.2 \text{ cm}, h_2 = 16.8 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	
4	$r_1 = 15.2 \text{ dm}, h_1 = 28.5 \text{ dm},$ $r_2 = 5.7 \text{ dm}, h_2 = 13.0 \text{ dm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	
5	$r_1 = 10.8 \text{ mm}, h_1 = 15.4 \text{ mm},$ $r_2 = 7.1 \text{ mm}, h_2 = 16.6 \text{ mm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	
6	$r_1 = 14.6 \text{ m}, h_1 = 9.6 \text{ m}, r_2 = 3.4 \text{ m},$ $h_2 = 7.3 \text{ m}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	

7	$r_1 = 5.5 \text{ cm}$, $h_1 = 28.3 \text{ cm}$, $r_2 = 4.1 \text{ cm}$, $h_2 = 18.2 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	
8	$r_1 = 14.0 \text{ cm}$, $h_1 = 20.2 \text{ cm}$, $r_2 = 6.7 \text{ cm}$, $h_2 = 6.8 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	
9	$r_1 = 6.6 \text{ m}$, $h_1 = 9.6 \text{ m}$, $r_2 = 5.4 \text{ m}$, $h_2 = 6.1 \text{ m}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	
10	$r_1 = 15.1 \text{ dm}$, $h_1 = 21.6 \text{ dm}$, $r_2 = 3.0 \text{ dm}$, $h_2 = 10.5 \text{ dm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	

Vorgehensweise: Zur Ermittlung der fehlenden Größen ist die obige Formelsammlung für aus zwei Zylindern zusammengesetzte Körper anzuwenden.

Lösungen:

Nr.	$r_1=$	$h_1=$	$O_1=$	$V_1=$	$r_2=$	$h_2=$	$M_2=$	$V_2=$	$O=$	$V=$
1	10.9 m	13.2 m	1650.52 m ²	4926.93 m ³	2.7 m	17.9 m	303.67 m ²	409.95 m ³	1954.2 m ²	5336.9 m ³

2	7.8 m	5.4 m	646.91 m ²	1032.13 m ³	2.3 m	10.0 m	144.51 m ²	166.19 m ³	791.4 m ²	1198.3 m ³
3	12.6 cm	3.6 cm	1282.53 cm ²	1795.53 cm ³	7.2 cm	16.8 cm	760.01 cm ²	2736.05 cm ³	2042.5 cm ²	4531.6 cm ³
4	15.2 dm	28.5 dm	4173.54 dm ²	20686.26 dm ³	5.7 dm	13.0 dm	465.58 dm ²	1326.91 dm ³	4639.1 dm ²	22013.2 dm ³
5	10.8 mm	15.4 mm	1777.9 mm ²	5643.1 mm ³	7.1 mm	16.6 mm	740.54 mm ²	2628.9 mm ³	2518.4 mm ²	8272.0 mm ³
6	14.6 m	9.6 m	2219.97 m ²	6428.75 m ³	3.4 m	7.3 m	155.95 m ²	265.11 m ³	2375.9 m ²	6693.9 m ³
7	5.5 cm	28.3 cm	1168.04 cm ²	2689.44 cm ³	4.1 cm	18.2 cm	468.85 cm ²	961.15 cm ³	1636.9 cm ²	3650.6 cm ³
8	14.0 cm	20.2 cm	3008.38 cm ²	12438.19 cm ³	6.7 cm	6.8 cm	286.26 cm ²	958.98 cm ³	3294.6 cm ²	13397.2 cm ³
9	6.6 m	9.6 m	671.8 m ²	1313.74 m ³	5.4 m	6.1 m	206.97 m ²	558.81 m ³	878.8 m ²	1872.6 m ³
10	15.1 dm	21.6 dm	3481.94 dm ²	15472.39 dm ³	3.0 dm	10.5 dm	197.92 dm ²	296.88 dm ³	3679.9 dm ²	15769.3 dm ³

Aufgabe 5: Bestimme mit vorgegebenen Radien r_1 , r_2 und vorgegebenen Höhen h_1 , h_2 die Oberfläche O und das Volumen V des aus zwei Zylindern zusammengesetzten Körpers.

Nr.	Gegeben:	Gesucht:
1	$r_1 = 14.2 \text{ cm}, h_1 = 19.5 \text{ cm}, r_2 = 5.2 \text{ cm}, h_2 = 2.6 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
2	$r_1 = 9.7 \text{ cm}, h_1 = 20.0 \text{ cm}, r_2 = 9.0 \text{ cm}, h_2 = 9.2 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
3	$r_1 = 12.5 \text{ cm}, h_1 = 23.2 \text{ cm}, r_2 = 1.4 \text{ cm}, h_2 = 8.8 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
4	$r_1 = 7.3 \text{ mm}, h_1 = 22.6 \text{ mm}, r_2 = 1.2 \text{ mm}, h_2 = 8.8 \text{ mm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
5	$r_1 = 12.2 \text{ dm}, h_1 = 12.6 \text{ dm}, r_2 = 8.7 \text{ dm}, h_2 = 9.0 \text{ dm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
6	$r_1 = 6.8 \text{ mm}, h_1 = 17.4 \text{ mm}, r_2 = 4.4 \text{ mm}, h_2 = 9.5 \text{ mm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
7	$r_1 = 10.2 \text{ m}, h_1 = 13.2 \text{ m}, r_2 = 2.0 \text{ m}, h_2 = 7.2 \text{ m}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
8	$r_1 = 11.3 \text{ m}, h_1 = 24.2 \text{ m}, r_2 = 8.3 \text{ m}, h_2 = 13.7 \text{ m}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
9	$r_1 = 8.8 \text{ m}, h_1 = 9.1 \text{ m}, r_2 = 6.6 \text{ m}, h_2 = 4.9 \text{ m}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
10	$r_1 = 5.1 \text{ dm}, h_1 = 19.2 \text{ dm}, r_2 = 3.4 \text{ dm}, h_2 = 1.9 \text{ dm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
11	$r_1 = 7.1 \text{ m}, h_1 = 24.3 \text{ m}, r_2 = 7.1 \text{ m}, h_2 = 12.7 \text{ m}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
12	$r_1 = 4.9 \text{ cm}, h_1 = 16.2 \text{ cm}, r_2 = 2.6 \text{ cm}, h_2 = 11.7 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
13	$r_1 = 8.4 \text{ m}, h_1 = 18.5 \text{ m}, r_2 = 1.7 \text{ m}, h_2 = 13.7 \text{ m}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
14	$r_1 = 10.8 \text{ dm}, h_1 = 22.4 \text{ dm}, r_2 = 6.6 \text{ dm}, h_2 = 2.0 \text{ dm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
15	$r_1 = 13.5 \text{ m}, h_1 = 15.6 \text{ m}, r_2 = 7.4 \text{ m}, h_2 = 13.6 \text{ m}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
16	$r_1 = 9.4 \text{ mm}, h_1 = 16.0 \text{ mm}, r_2 = 2.2 \text{ mm}, h_2 = 4.8 \text{ mm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
17	$r_1 = 13.8 \text{ dm}, h_1 = 23.3 \text{ dm}, r_2 = 1.8 \text{ dm}, h_2 = 3.6 \text{ dm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
18	$r_1 = 7.9 \text{ cm}, h_1 = 7.7 \text{ cm}, r_2 = 5.2 \text{ cm}, h_2 = 11.1 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
19	$r_1 = 10.6 \text{ m}, h_1 = 18.7 \text{ m}, r_2 = 9.3 \text{ m}, h_2 = 5.4 \text{ m}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
20	$r_1 = 9.0 \text{ mm}, h_1 = 8.4 \text{ mm}, r_2 = 6.3 \text{ mm}, h_2 = 5.6 \text{ mm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
21	$r_1 = 13.4 \text{ m}, h_1 = 16.7 \text{ m}, r_2 = 1.3 \text{ m}, h_2 = 7.6 \text{ m}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
22	$r_1 = 6.1 \text{ mm}, h_1 = 16.9 \text{ mm}, r_2 = 2.9 \text{ mm}, h_2 = 2.2 \text{ mm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
23	$r_1 = 10.2 \text{ cm}, h_1 = 24.9 \text{ cm}, r_2 = 6.5 \text{ cm}, h_2 = 2.0 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
24	$r_1 = 9.8 \text{ mm}, h_1 = 21.4 \text{ mm}, r_2 = 2.4 \text{ mm}, h_2 = 8.6 \text{ mm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
25	$r_1 = 11.7 \text{ cm}, h_1 = 14.9 \text{ cm}, r_2 = 4.7 \text{ cm}, h_2 = 4.4 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
26	$r_1 = 4.4 \text{ m}, h_1 = 11.5 \text{ m}, r_2 = 3.9 \text{ m}, h_2 = 6.0 \text{ m}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$

27	$r_1 = 12.9 \text{ dm}, h_1 = 20.2 \text{ dm}, r_2 = 7.6 \text{ dm}, h_2 = 1.4 \text{ dm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
28	$r_1 = 10.3 \text{ dm}, h_1 = 20.9 \text{ dm}, r_2 = 3.4 \text{ dm}, h_2 = 11.3 \text{ dm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
29	$r_1 = 9.7 \text{ dm}, h_1 = 5.6 \text{ dm}, r_2 = 2.8 \text{ dm}, h_2 = 2.1 \text{ dm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
30	$r_1 = 4.2 \text{ mm}, h_1 = 13.1 \text{ mm}, r_2 = 1.9 \text{ mm}, h_2 = 11.8 \text{ mm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
31	$r_1 = 9.4 \text{ dm}, h_1 = 15.5 \text{ dm}, r_2 = 6.9 \text{ dm}, h_2 = 4.4 \text{ dm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
32	$r_1 = 14.1 \text{ cm}, h_1 = 15.6 \text{ cm}, r_2 = 6.3 \text{ cm}, h_2 = 6.5 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
33	$r_1 = 8.5 \text{ m}, h_1 = 21.8 \text{ m}, r_2 = 4.1 \text{ m}, h_2 = 9.2 \text{ m}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$

Vorgehensweise: Zur Ermittlung der fehlenden Größen ist die obige Formelsammlung für aus zwei Zylindern zusammengesetzte Körper anzuwenden.

Lösungen:

Nr.	$r_1=$	$h_1=$	$O_1=$	$V_1=$	$r_2=$	$h_2=$	$M_2=$	$V_2=$	$O=$	$V=$
1	14.2 cm	19.5 cm	3006.75 cm ²	12352.68 cm ³	5.2 cm	2.6 cm	84.95 cm ²	220.87 cm ³	3091.7 cm ²	12573.6 cm ³
2	9.7 cm	20.0 cm	1810.12 cm ²	5911.85 cm ³	9.0 cm	9.2 cm	520.25 cm ²	2341.11 cm ³	2330.4 cm ²	8253.0 cm ³
3	12.5 cm	23.2 cm	2803.86 cm ²	11388.27 cm ³	1.4 cm	8.8 cm	77.41 cm ²	54.19 cm ³	2881.3 cm ²	11442.5 cm ³
4	7.3 mm	22.6 mm	1371.44 mm ²	3783.59 mm ³	1.2 mm	8.8 mm	66.35 mm ²	39.81 mm ³	1437.8 mm ²	3823.4 mm ³
5	12.2 dm	12.6 dm	1901.03 dm ²	5891.69 dm ³	8.7 dm	9.0 dm	491.97 dm ²	2140.08 dm ³	2393.0 dm ²	8031.8 dm ³
6	6.8 mm	17.4 mm	1033.97 mm ²	2527.65 mm ³	4.4 mm	9.5 mm	262.64 mm ²	577.8 mm ³	1296.6 mm ²	3105.5 mm ³
7	10.2 m	13.2 m	1499.67 m ²	4314.44 m ³	2.0 m	7.2 m	90.48 m ²	90.48 m ³	1590.2 m ²	4404.9 m ³
8	11.3 m	24.2 m	2520.5 m ²	9707.83 m ³	8.3 m	13.7 m	714.46 m ²	2965.01 m ³	3235.0 m ²	12672.8 m ³
9	8.8 m	9.1 m	989.72 m ²	2213.89 m ³	6.6 m	4.9 m	203.2 m ²	670.55 m ³	1192.9 m ²	2884.4 m ³
10	5.1 dm	19.2 dm	778.67 dm ²	1568.89 dm ³	3.4 dm	1.9 dm	40.59 dm ²	69.0 dm ³	819.3 dm ²	1637.9 dm ³
11	7.1 m	24.3 m	1400.78 m ²	3848.33 m ³	7.1 m	12.7 m	566.55 m ²	2011.27 m ³	1967.3 m ²	5859.6 m ³
12	4.9 cm	16.2 cm	649.62 cm ²	1221.96 cm ³	2.6 cm	11.7 cm	191.13 cm ²	248.47 cm ³	840.8 cm ²	1470.4 cm ³
13	8.4 m	18.5 m	1419.75 m ²	4100.91 m ³	1.7 m	13.7 m	146.34 m ²	124.39 m ³	1566.1 m ²	4225.3 m ³
14	10.8 dm	22.4 dm	2252.91 dm ²	8208.15 dm ³	6.6 dm	2.0 dm	82.94 dm ²	273.7 dm ³	2335.9 dm ²	8481.9 dm ³
15	13.5 m	15.6 m	2468.36 m ²	8931.86 m ³	7.4 m	13.6 m	632.34 m ²	2339.66 m ³	3100.7 m ²	11271.5 m ³
16	9.4 mm	16.0 mm	1500.17 mm ²	4441.46 mm ³	2.2 mm	4.8 mm	66.35 mm ²	72.99 mm ³	1566.5 mm ²	4514.5 mm ³
17	13.8 dm	23.3 dm	3216.86 dm ²	13940.04 dm ³	1.8 dm	3.6 dm	40.72 dm ²	36.64 dm ³	3257.6 dm ²	13976.7 dm ³
18	7.9 cm	7.7 cm	774.35 cm ²	1509.71 cm ³	5.2 cm	11.1 cm	362.67 cm ²	942.93 cm ³	1137.0 cm ²	2452.6 cm ³
19	10.6 m	18.7 m	1951.43 m ²	6600.9 m ³	9.3 m	5.4 m	315.54 m ²	1467.27 m ³	2267.0 m ²	8068.2 m ³
20	9.0 mm	8.4 mm	983.95 mm ²	2137.54 mm ³	6.3 mm	5.6 mm	221.67 mm ²	698.26 mm ³	1205.6 mm ²	2835.8 mm ³

Aufgabe 6: Bestimme mit vorgegebenen Radien r_1, r_2 und vorgegebenen Höhen h_1, h_2 die Oberfläche O und das Volumen V des aus zwei Zylindern zusammengesetzten Körpers.

Nr.	Gegeben:	Gesucht:
1	$r_1 = 13.7 \text{ m}, h_1 = 38.4 \text{ m}, r_2 = 7.1 \text{ m}, h_2 = 18.3 \text{ m}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
2	$r_1 = 14.7 \text{ dm}, h_1 = 38.6 \text{ dm}, r_2 = 14.4 \text{ dm}, h_2 = 15.9 \text{ dm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
3	$r_1 = 22.0 \text{ dm}, h_1 = 39.9 \text{ dm}, r_2 = 20.7 \text{ dm}, h_2 = 15.1 \text{ dm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
4	$r_1 = 19.7 \text{ mm}, h_1 = 32.0 \text{ mm}, r_2 = 5.5 \text{ mm}, h_2 = 17.9 \text{ mm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
5	$r_1 = 22.0 \text{ dm}, h_1 = 34.7 \text{ dm}, r_2 = 13.8 \text{ dm}, h_2 = 13.4 \text{ dm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
6	$r_1 = 11.9 \text{ mm}, h_1 = 24.4 \text{ mm}, r_2 = 5.9 \text{ mm}, h_2 = 17.6 \text{ mm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$

7	$r_1 = 24.4 \text{ dm}, h_1 = 23.9 \text{ dm}, r_2 = 16.0 \text{ dm}, h_2 = 14.1 \text{ dm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
8	$r_1 = 11.2 \text{ cm}, h_1 = 4.8 \text{ cm}, r_2 = 11.0 \text{ cm}, h_2 = 18.0 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
9	$r_1 = 10.7 \text{ cm}, h_1 = 31.0 \text{ cm}, r_2 = 8.5 \text{ cm}, h_2 = 9.8 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
10	$r_1 = 15.3 \text{ dm}, h_1 = 12.1 \text{ dm}, r_2 = 4.6 \text{ dm}, h_2 = 19.2 \text{ dm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
11	$r_1 = 23.5 \text{ cm}, h_1 = 5.8 \text{ cm}, r_2 = 5.4 \text{ cm}, h_2 = 11.5 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
12	$r_1 = 18.9 \text{ mm}, h_1 = 20.7 \text{ mm}, r_2 = 4.9 \text{ mm}, h_2 = 14.1 \text{ mm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
13	$r_1 = 16.0 \text{ cm}, h_1 = 38.4 \text{ cm}, r_2 = 9.2 \text{ cm}, h_2 = 4.6 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
14	$r_1 = 12.8 \text{ m}, h_1 = 24.9 \text{ m}, r_2 = 10.6 \text{ m}, h_2 = 4.6 \text{ m}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
15	$r_1 = 24.6 \text{ mm}, h_1 = 12.9 \text{ mm}, r_2 = 13.6 \text{ mm}, h_2 = 5.6 \text{ mm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
16	$r_1 = 17.5 \text{ cm}, h_1 = 12.6 \text{ cm}, r_2 = 5.0 \text{ cm}, h_2 = 7.9 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
17	$r_1 = 22.5 \text{ cm}, h_1 = 23.4 \text{ cm}, r_2 = 14.2 \text{ cm}, h_2 = 13.5 \text{ cm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
18	$r_1 = 15.5 \text{ dm}, h_1 = 17.8 \text{ dm}, r_2 = 12.7 \text{ dm}, h_2 = 4.9 \text{ dm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
19	$r_1 = 23.2 \text{ mm}, h_1 = 16.9 \text{ mm}, r_2 = 23.1 \text{ mm}, h_2 = 15.6 \text{ mm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
20	$r_1 = 24.6 \text{ mm}, h_1 = 22.6 \text{ mm}, r_2 = 23.2 \text{ mm}, h_2 = 11.7 \text{ mm}$	$[O_1, M_2, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$

Vorgehensweise: Zur Ermittlung der fehlenden Größen ist die obige Formelsammlung für aus zwei Zylindern zusammengesetzte Körper anzuwenden.

Lösungen:

Nr.	$r_1=$	$h_1=$	$O_1=$	$V_1=$	$r_2=$	$h_2=$	$M_2=$	$V_2=$	$O=$	$V=$
1	13.7 m	38.4 m	4484.76 m ²	22642.39 m ³	7.1 m	18.3 m	816.37 m ²	2898.13 m ³	5301.1 m ²	25540.5 m ³
2	14.7 dm	38.6 dm	4922.95 dm ²	26204.26 dm ³	14.4 dm	15.9 dm	1438.6 dm ²	10357.91 dm ³	6361.5 dm ²	36562.2 dm ³
3	22.0 dm	39.9 dm	8556.44 dm ²	60669.18 dm ³	20.7 dm	15.1 dm	1963.94 dm ²	20326.73 dm ³	10520.4 dm ²	80995.9 dm ³
4	19.7 mm	32.0 mm	6399.36 mm ²	39015.06 mm ³	5.5 mm	17.9 mm	618.58 mm ²	1701.09 mm ³	7017.9 mm ²	40716.1 mm ³
5	22.0 dm	34.7 dm	7837.64 dm ²	52762.42 dm ³	13.8 dm	13.4 dm	1161.89 dm ²	8017.02 dm ³	8999.5 dm ²	60779.4 dm ³
6	11.9 mm	24.4 mm	2714.15 mm ²	10855.09 mm ³	5.9 mm	17.6 mm	652.45 mm ²	1924.72 mm ³	3366.6 mm ²	12779.8 mm ³
7	24.4 dm	23.9 dm	7404.86 dm ²	44702.05 dm ³	16.0 dm	14.1 dm	1417.49 dm ²	11339.89 dm ³	8822.4 dm ²	56041.9 dm ³
8	11.2 cm	4.8 cm	1125.94 cm ²	1891.59 cm ³	11.0 cm	18.0 cm	1244.07 cm ²	6842.39 cm ³	2370.0 cm ²	8734.0 cm ³
9	10.7 cm	31.0 cm	2803.49 cm ²	11150.11 cm ³	8.5 cm	9.8 cm	523.39 cm ²	2224.4 cm ³	3326.9 cm ²	13374.5 cm ³
10	15.3 dm	12.1 dm	2634.05 dm ²	8898.53 dm ³	4.6 dm	19.2 dm	554.93 dm ²	1276.34 dm ³	3189.0 dm ²	10174.9 dm ³
11	23.5 cm	5.8 cm	4326.28 cm ²	10062.68 cm ³	5.4 cm	11.5 cm	390.19 cm ²	1053.5 cm ³	4716.5 cm ²	11116.2 cm ³
12	18.9 mm	20.7 mm	4702.59 mm ²	23229.71 mm ³	4.9 mm	14.1 mm	434.11 mm ²	1063.56 mm ³	5136.7 mm ²	24293.3 mm ³
13	16.0 cm	38.4 cm	5468.89 cm ²	30883.11 cm ³	9.2 cm	4.6 cm	265.9 cm ²	1223.16 cm ³	5734.8 cm ²	32106.3 cm ³
14	12.8 m	24.9 m	3032.02 m ²	12816.49 m ³	10.6 m	4.6 m	306.37 m ²	1623.75 m ³	3338.4 m ²	14440.2 m ³
15	24.6 mm	12.9 mm	5796.25 mm ²	24525.04 mm ³	13.6 mm	5.6 mm	478.53 mm ²	3253.99 mm ³	6274.8 mm ²	27779.0 mm ³
16	17.5 cm	12.6 cm	3309.66 cm ²	12122.62 cm ³	5.0 cm	7.9 cm	248.19 cm ²	620.46 cm ³	3557.9 cm ²	12743.1 cm ³
17	22.5 cm	23.4 cm	6488.96 cm ²	37216.09 cm ³	14.2 cm	13.5 cm	1204.49 cm ²	8551.86 cm ³	7693.5 cm ²	45768.0 cm ³
18	15.5 dm	17.8 dm	3243.07 dm ²	13434.86 dm ³	12.7 dm	4.9 dm	391.0 dm ²	2482.87 dm ³	3634.1 dm ²	15917.7 dm ³
19	23.2 mm	16.9 mm	5845.37 mm ²	28576.73 mm ³	23.1 mm	15.6 mm	2264.21 mm ²	26151.61 mm ³	8109.6 mm ²	54728.3 mm ³
20	24.6 mm	22.6 mm	7295.54 mm ²	42966.36 mm ³	23.2 mm	11.7 mm	1705.51 mm ²	19783.89 mm ³	9001.1 mm ²	62750.3 mm ³