

Mathematik-Klassenarbeit

> Funktionen III

Einleitung: Funktionen sind Abbildungen auf den und in die reellen Zahlen $\mathbf{R}$. U.a. gibt es die allgemeinen Parabeln $y = a(x-d)^2 + e$ mit Scheitelpunkt $S(d|e)$ und Streckfaktor a . Die Funktionsgleichungen der Parabeln können errechnet (Funktionsbestimmung: Ermittlung der reellen Zahlen a , d , e), die Parabeln gezeichnet (Wertetabelle, Graph einer Funktion im x - y -Koordinatensystem) und ausgewertet werden (Punktprobe, Punktbestimmung, Gleichungen vom Typ: $y = y_0$ auflösen u.ä.).

Aufgabe 1: Zeichne die (Standard-) Normalparabel $y = x^2$ für $-3 \leq x \leq 4$ in 0,5er-Schritten auf der Grundlage einer Wertetabelle.

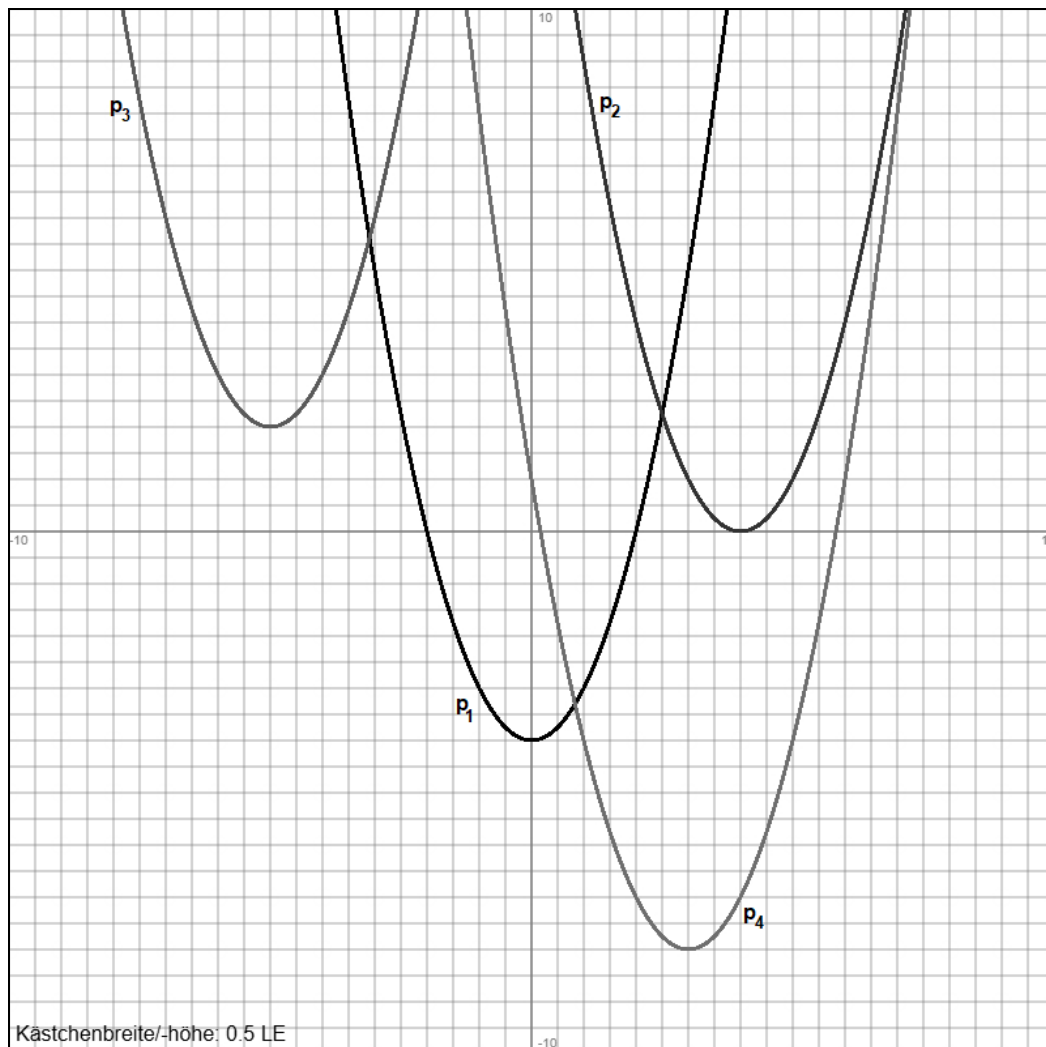
Aufgabe 2: Verschiebe die (Standard-) Normalparabel $y = x^2$ mit Scheitelpunkt $S(0|0)$ im x - y -Koordinatensystem um 3 Längeneinheiten nach oben, unten, rechts und links. Wie lauten die vier Funktionsgleichungen der verschobenen Normalparabeln?

Aufgabe 3: Bestimme die Funktionsgleichungen der Normalparabeln, wenn der Scheitelpunkt S gegeben ist:

a) $S(4|-3)$

b) $S(-2|-5)$

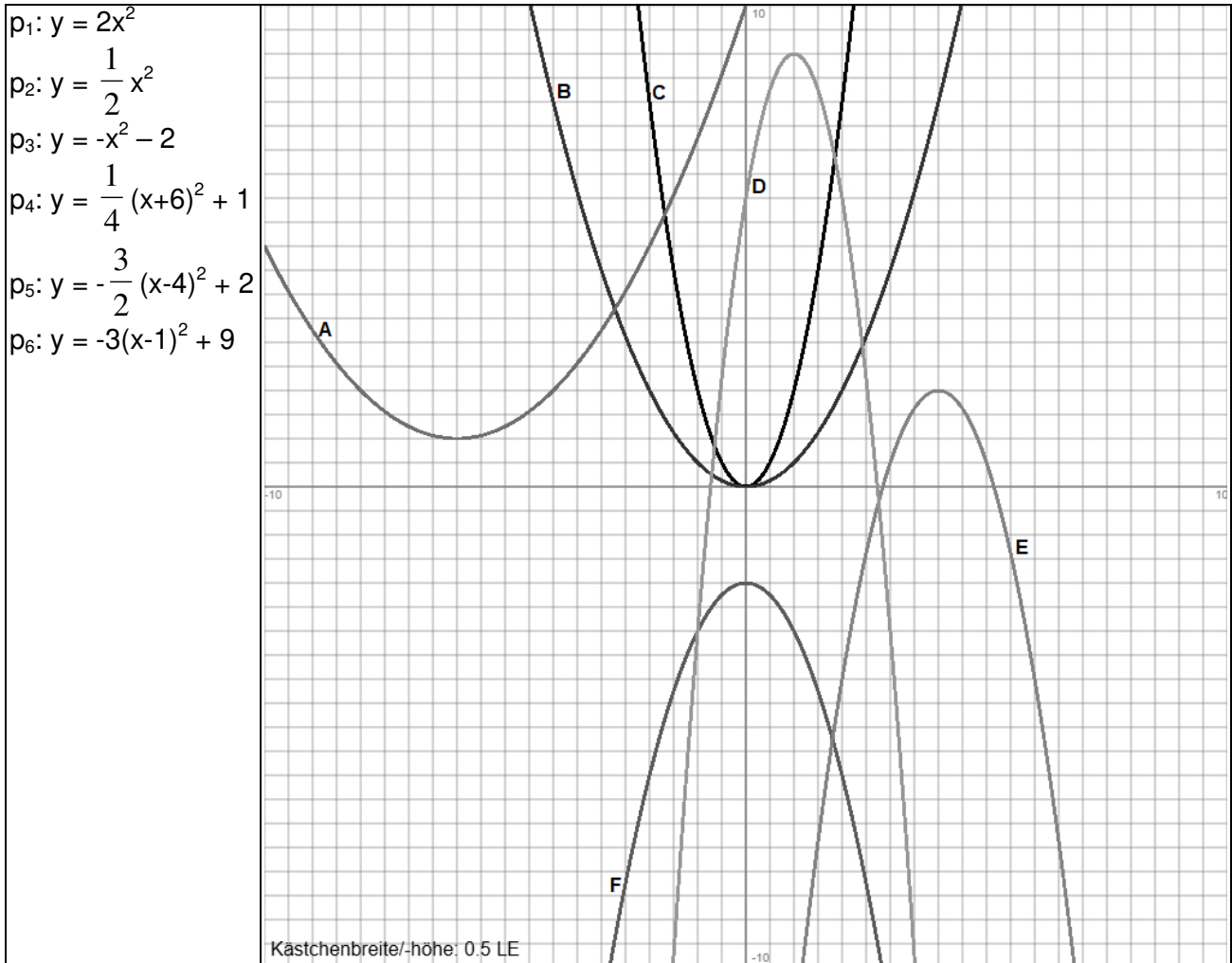
Aufgabe 4: Gegeben sind die Graphen der Normalparabeln p_1 , p_2 , p_3 , p_4 im x - y -Koordinatensystem:



Bestimme die Funktionsgleichungen.

Aufgabe 5: Die allgemeine Parabel mit Scheitelpunkt $S(0|0)$ hat die Form: $y = a \cdot x^2$. Bestimme die Parabel, die durch den Punkt $P(2|-1)$ verläuft. Zeichne die Parabel und nenne deren Eigenschaften.

Aufgabe 6: Ordne die Funktionsgleichungen den Graphen der allgemeinen Parabeln im x-y-Koordinatensystem zu:



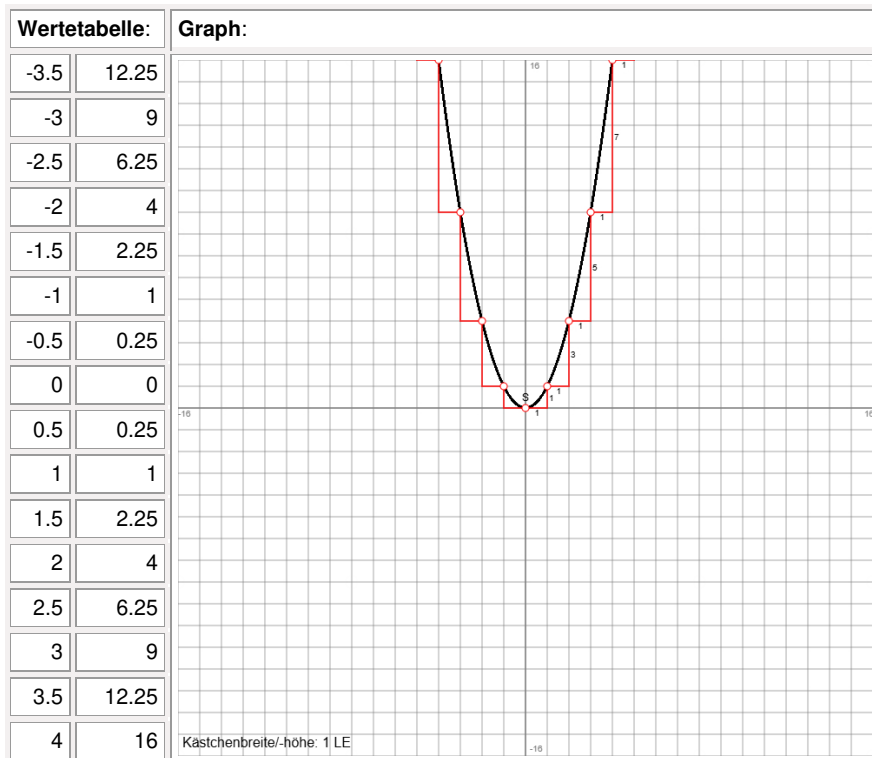
Aufgabe 7: Bestimme die Funktionsgleichung der allgemeinen Parabel mit Scheitelpunkt $S(-4|-3)$ und Streckfaktor $a = -\frac{1}{2}$. Erläutere, wie die Parabel durch Verschiebung, Streckung oder Spiegelung aus der (Standard-) Normalparabel $y = x^2$ entsteht.

Aufgabe 8: Bestimme die Gleichung der allgemeinen Parabel $y = a(x-d)^2+e$ mit Scheitelpunkt S und Punkt P , der auf der Parabel liegt.

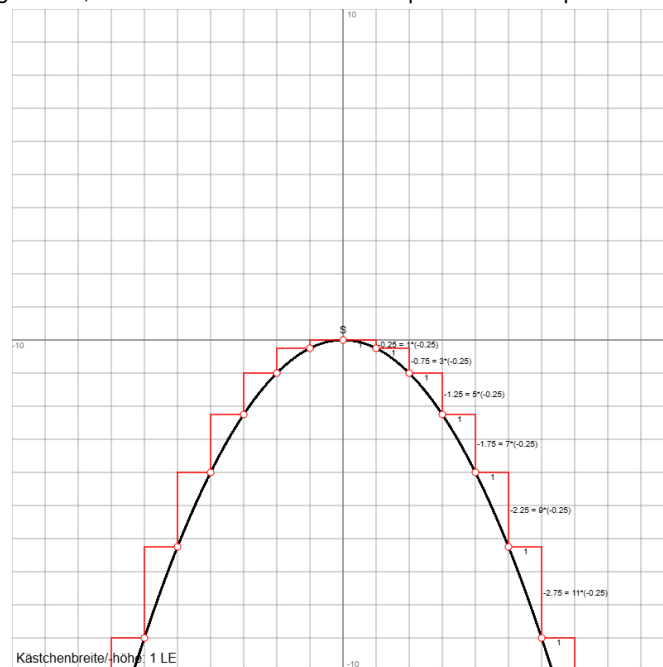
a) $S(1|2)$, $P(-1|-2)$

b) $S(3|-8)$, $P(0|-4)$

Lösungen: 1. (Standard-) Normalparabel $\rightarrow y = x^2 \rightarrow$ Wertetabelle, Graph:



2. Verschobene Normalparabeln: $y = x^2 + 3$, $y = x^2 - 3$, $y = (x-3)^2$, $y = (x+3)^2$. – 3. Vorgehensweise: Scheitel $S(d|e) \rightarrow y = (x-d)^2 + e$; a) $S(4|-3) \rightarrow y = (x-4)^2 - 3$; b) $S(-2|-5) \rightarrow y = (x+2)^2 - 5$. – 4. Funktionsgleichungen: $y = x^2 - 4$, $y = (x-4)^2$, $y = (x+5)^2 + 2$, $y = (x-3)^2 - 8$. – 5. $y = ax^2$, $P(2|1) \rightarrow$ Punktprobe $\rightarrow -1 = a \cdot 2^2 \Leftrightarrow -1 = 4a \Leftrightarrow a = -1/4 \rightarrow y = -x^2/4 \rightarrow$ Parabel mit Scheitel $S(0|0)$, nach unten geöffnet, breiter/weiter als eine Normalparabel $\rightarrow$ Graph:



6. Zuordnungen: $p_1 - C$, $p_2 - B$, $p_3 - F$, $p_4 - A$, $p_5 - E$, $p_6 - F$. – 7. Parabelbestimmung: $y = a(x-d)^2 + e$, $S(-4|-3)$, $a = -1/2 \rightarrow y = -(x+4)^2/2 - 3$; allgemeine Parabel entstanden aus: (Standard-) Normalparabel $y = x^2 \rightarrow$ Verschiebung um 4 nach links $\rightarrow y = (x-4)^2 \rightarrow$ Stauchung um Faktor $1/2 \rightarrow y = (x+4)^2/2 \rightarrow$ Spiegelung an der x-Achse $\rightarrow y = -(x+4)^2/2 \rightarrow$ Verschiebung um 3 nach unten $\rightarrow y = -(x+4)^2/2 - 3$. – 8. Vorgehensweise: Scheitel $S(d|e)$, Punkt $P(x_0|y_0) \rightarrow y = a(x-d)^2 + e$; a) $S(1|2) \rightarrow y = a(x-1)^2 + 2$, $P(2|1) \rightarrow 1 = a(2-1)^2 + 2 \Leftrightarrow -1 = a \rightarrow y = -(x-1)^2 + 2$; b) $S(3|8) \rightarrow y = a(x-3)^2 - 8$, $P(0|-4) \rightarrow -4 = a(0-3)^2 - 8 \Leftrightarrow -4 = 9a - 8 \Leftrightarrow 4 = 9a \Leftrightarrow a = 4/9 \rightarrow y = 4(x-3)^2/9 - 8$.