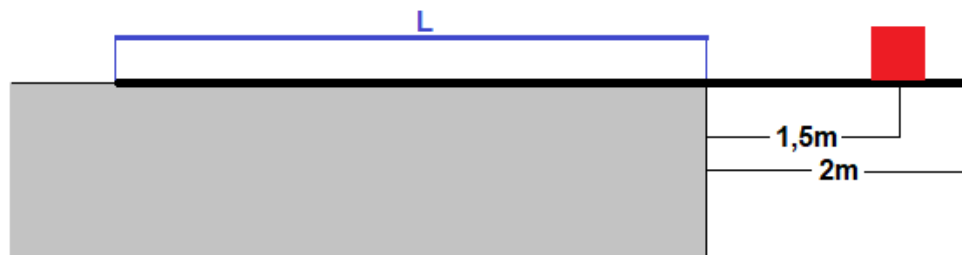


Physikaufgaben

> Mechanik

> Hebelgesetz

Aufgabe: Eine Stahlplatte mit einem Gewicht von 20 kg/m [kg: Kilogramm, m: Meter] liegt zum Teil auf ebenem Untergrund, mit einer Teillänge von 2 m schwebt sie in der Luft. Auf der Stahlplatte in der Luft liegt in einem Abstand von 1,5 m vom ebenen Untergrund eine Masse von 100 kg. Wie lang muss die Stahlplatte insgesamt mindestens sein, damit mit einem Sicherheitsfaktor von 2 die Platte und die Masse nicht vom Untergrund abrutschen?



Lösung: I. Es gilt das Hebelgesetz, d.h.: die Summe der Drehmomente [Nm: Newtonmeter] aus Kraft [N: Newton] und Längenabstand [m] zum Drehpunkt des Hebels sind aufsummiert auf beiden Seiten des Hebels im Gleichgewichtszustand identisch. Greifen also Kräfte $F_{11}, F_{12}, \dots, F_{21}, F_{22}, \dots$ senkrecht zum Hebel auf den Hebelarmen 1 und 2 an den Längenabständen $l_{11}, l_{12}, \dots, l_{21}, l_{22}, \dots$ an, so gilt:

$$F_{11} \cdot l_{11} + F_{12} \cdot l_{12} + \dots = F_{21} \cdot l_{21} + F_{22} \cdot l_{22} + \dots$$

Sind die Kräfte F Gewichtskräfte F_G von Massen m , so lassen sich sie errechnen als:

$$F_G = mg \quad (g = 9,81 \text{ m/s}^2 \text{ als Erdbeschleunigung [s: Sekunde]})$$

Die Massen werden als Massenpunkte interpretiert, ihre Längen entlang eines Hebels auf die Längenmitten reduziert. Der Sicherheitsfaktor k bedeutet, dass die Drehmomentensumme eines Hebelarms mit dem Faktor k bewertet (multipliziert) wird.

II. Wir betrachten laut Zeichnung die Drehmomentensumme des rechten Hebelarms und haben als Gewichtskräfte F_{21} und F_{22} zu den Massen der Stahlplatte m_{21} und der auf der Stahlplatte befindlichen Masse m_{22} mit: $m_{21} = 2 \text{ m} \cdot 20 \text{ kg/m} = 40 \text{ kg}$, $m_{22} = 100 \text{ kg}$ die Werte:

$$F_{21} = m_{21}g = 40 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 392,4 \text{ N}; \quad F_{22} = m_{22}g = 100 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 981 \text{ N}.$$

Der Abstand der Stahlplattenmasse m_{21} vom Drehpunkt, wo die Auflagefläche der Stahlplatte endet, beträgt wegen der Plattenteillänge von 2 m: $l_{21} = 1 \text{ m}$. Die Masse m_{22} ist einen Abstand von $l_{22} = 1,5 \text{ m}$ vom Drehpunkt entfernt. Die Drehmomentensumme des rechten Hebelarms beträgt damit: $M_2 = 392,4 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} + 981 \text{ N} \cdot 1,5 \text{ m} = 1863,9 \text{ Nm}$.

Wegen des Sicherheitsfaktors $k = 2$ erhalten wir das Doppelte des Drehmoments:

$$2 \cdot M_2 = 2 \cdot 1863,9 \text{ Nm} = 3727,8 \text{ Nm}.$$

III. Betrachten wir den linken Hebelarm mit der auf dem Untergrund aufliegenden Stahlplatte der Länge L [m], so ist deren Masse: $m = L \cdot 20 \text{ kg/m} = 20L \text{ kg}$, Gewichtskraft: $F_1 = 20L \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 =$

196,2·L N. Der Abstand der aufliegenden Stahlplatte zum Drehpunkt beträgt dann $l_1 = L/2$ m, das Drehmoment errechnet sich als:

$$M_1 = 196,2 \cdot L \text{ N} \cdot L/2 \text{ m} = 98,1 \cdot L^2 \text{ Nm.}$$

IV. Die in der Aufgabenstellung beschriebene Situation bedeutet, dass unter Berücksichtigung des Sicherheitsfaktors $k = 2$ die Gleichheit:

$$M_1 = 2 \cdot M_2 \Leftrightarrow 98,1 \cdot L^2 = 3727,8 \text{ (*)}$$

hinsichtlich der Drehmomente am Hebel gelten muss. Wir stellen die Gleichung (*) nach L um:

$$\begin{array}{l} 98,1 \cdot L^2 = 3727,8 \\ L^2 = 38 \\ L = 6,16 \text{ m.} \end{array} \quad \begin{array}{l} | :98,1 \\ | \sqrt{} \end{array}$$

Die Länge $L = 6,16$ m ist die Länge der auf dem Untergrund aufliegenden Stahlplatte, die Gesamtlänge L_{ges} der Stahlplatte beträgt somit:

$$L_{\text{ges}} = L + 2 = 6,16 + 2 = 8,16 \text{ m.}$$

Die Stahlplatte muss als mindestens eine Gesamtlänge von 8,18 m besitzen, damit die Platte und die Masse nicht vom Untergrund abrutschen.

(Physikalische Einheiten: kg = Kilogramm, m = Meter, N = Newton, Nm = Newtonmeter)