

Physikaufgaben

> Mechanik

> Überholvorgang im Straßenverkehr

Aufgabe: Ein Lkw der Länge $L = 15 \text{ m}$ fährt auf einer Landstraße mit der Geschwindigkeit $v_L = 54 \text{ km/h}$. Ein Pkw der Länge $l = 5 \text{ m}$ überholt ihn mit $v_P = 90 \text{ km/h}$. Dazu schert er im Abstand 35 m hinter dem Lastzug in die Gegenfahrbahn aus und ordnet sich dann später wieder im gleichen Sicherheitsabstand vor dem Lastzug ein.

- Wähle als Nullpunkt des Weges und der Zeit den Ort und Moment, an dem sich die Spitze des PKWs beim Ansetzen zum Überholen befindet. An welchem Ort befindet sich die Spitze des PKWs zum Zeitpunkt $t = 4 \text{ s}$?
- Zeichne in ein Koordinatensystem das s-t-Schaubild des PKWs ein.
- An welchem Ort befindet sich die Spitze des LKWs zur Zeit $t = 0 \text{ s}$ und $t = 4 \text{ s}$?
- Zeichne das s-t-Diagramm des LKWs in das Koordinatensystem ein.
- Welche Bedeutung hat der Schnittpunkt beider Graphen? Wie bewegen sich PKW und LKW vor und hinter dem Schnittpunkt relativ zueinander?
- Wie weit ist die Spitze des PKWs von der des LKWs entfernt, wenn sich der PKW nach dem Überholen wieder eingeordnet hat?
- Zeichne Ort und Zeit des Einordnens für den PKW und den LKW in das Koordinatensystem ein. Lies ab, wie lange der Überholvorgang dauerte und wie groß die Überholstrecke war.
- Als der PKW zum Überholen ausschert, taucht 300 m vor ihm ein LKW auf, der ihm mit der Geschwindigkeit $v_G = 72 \text{ km/h}$ entgegenfährt. Zeichne auch sein s-t-Diagramm ins Schaubild ein. Kann der PKW noch einem Zusammenstoß entgehen, wenn er mit unverminderter Geschwindigkeit weiterfährt? Kann er den Sicherheitsabstand einhalten?
- Wie groß muss die Sichtweite mindestens sein, damit der PKW überholen kann und dennoch den Sicherheitsabstand von 35 m vor den zwei LKWs hat? Zeichne das zugehörige s-t-Diagramm ins Schaubild.
- Der Fahrer könnte auch eine größere Geschwindigkeit für einen erfolgreichen Überholvorgang wählen. Zeichne das zugehörige Diagramm ein und lies die nötige Überholgeschwindigkeit ab.

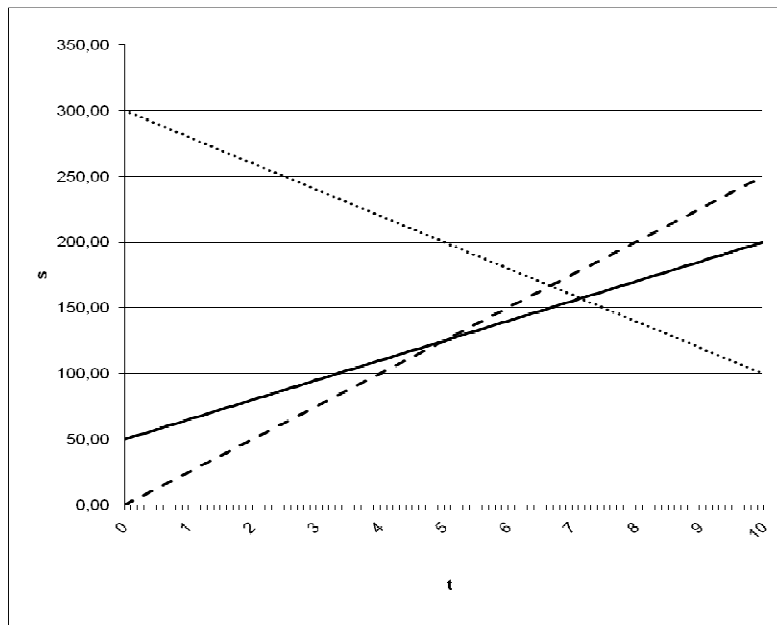
Lösung: Wir rechnen um auf m/s, so dass $v_L = 54:3,6 = 15 \text{ m/s}$, $v_P = 90:3,6 = 25 \text{ m/s}$, $v_G = 72:3,6 = 20 \text{ m/s}$ ist. Die Weg-Zeit-Geraden sind dann (u.a. wegen $v = s/t$ und $s = vt$):

$$s_L(t) = 15t + 50$$

$$s_P(t) = 25t$$

$$s_G(t) = 300 - 20t.$$

Eingezeichnet in ein s-t-Diagramm ergibt sich:



Dann ist: $s_L(0) = 50$ m, $s_L(4) = 110$ m (für $t = 0$ s, $t = 4$ s). Als Schnittpunkt zwischen $s_L(t)$ und $s_P(t)$ haben wir:

$$s_L(t) = s_P(t) \Leftrightarrow 15t + 50 = 25t \Leftrightarrow 50 = 10t \Leftrightarrow t = 5$$

(LKW und PKW sind hier Spitze an Spitze mit: $s_L(5) = s_P(5) = 125$ m). Der Überholvorgang ist beendet, wenn $s_P(t) - s_L(t) = 40$ m (= 35 m + 5 m) gilt, also bei:

$$25t - (15t + 50) = 40 \Leftrightarrow 10t - 50 = 40 \Leftrightarrow 10t = 90 \Leftrightarrow t = 9 \text{ s.}$$

Die Überholstrecke ist: $s_P(9) = 225$ m.

Für den entgegenkommenden LKW gilt bei $t = 9$ s: $s_G(9) = 120$ m < 225 m (so dass es in diesem Fall zum Zusammenstoß zwischen PKW und LKW kommt). Bei $s_G(t) = s_P(t)$ gilt umgekehrt:

$$300 - 20t = 25t \Leftrightarrow 300 = 45t \Leftrightarrow t = 6 \frac{2}{3} \text{ s} < 9 \text{ s.}$$

Zur Bestimmung der Sichtweite ist (für den entgegenkommenden LKW) $s_H(t) = 300 + c - 20t$ vorzusetzen, wobei sich c wie folgt bestimmt:

$$s_H(9) = 225 + 35 = 260 \text{ m} \Leftrightarrow 300 + c - 20 \cdot 9 = 260 \Leftrightarrow 120 + c = 260 \Leftrightarrow c = 140.$$

D.h., es gilt: $s_H(t) = 440 - 20t$ bei einer Sichtweite von 440 m.

Zur Bestimmung der größeren Geschwindigkeit (des überholenden PKWs) ist $s_Q(t) = mt$ anzusetzen, wobei sich m in einem linearen Gleichungssystem wie folgt bestimmt:

$$s_G(t) - s_Q(t) = 35$$

$$s_Q(t) - s_L(t) = 40$$

$$mt + 20t = 265$$

$$mt - 15t = 90$$

$$(m+20)t = 265$$

$$(m-15)t = 90$$

$$(m+20)/(m-15) = 265/90 \Leftrightarrow m+20 = 2,94(m-15) \Leftrightarrow m = 33.$$

Damit ergibt sich als Geschwindigkeit $v_Q = 33$ m/s = 118,8 km/h. Der Überholvorgang ist abgeschlossen nach: $t = 265/(33+20) = 265/55 = 4,82$ s, die Überholstrecke hat mit: $s_Q(t) = 33t$ die Länge: $s_Q(4,82) = 158$ m.