Michael Buhlmann

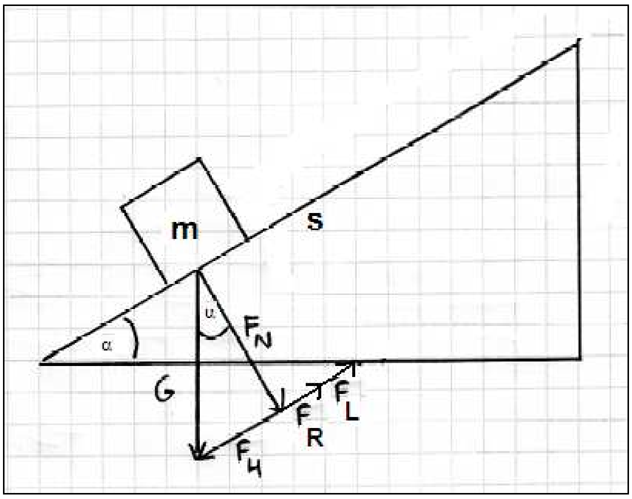
Physikaufgaben
> Mechanik
> Schiefe Ebene

Aufgabe: Eine Rampe (schiefe Ebene) ist 12 m hoch und mit einem Winkel von 15° gegen die Erdoberfläche geneigt. Eine Masse von 25 kg befindet sich am oberen Ende der Rampe.

a) Die Masse gleite reibungsfrei und ohne Luftwiderstand nach unten. Wie groß ist die Beschleunigung, mit der die Masse sich nach unten bewegt?

b) Die Masse gleite mit Reibung (Reibungskoeffizient f_R = 0,2) und Luftwiderstand die schiefe Ebene nach unten, wobei dies mit konstanter Geschwindigkeit geschehen soll. Wie groß ist diese Geschwindigkeit, wenn die Masse einen Querschnitt von 0,8 m^2 besitzt.

Lösung: I. Allgemein gilt die folgende Situation: Auf einer schiefen Ebene, die mit dem Winkel α zur Erdoberfläche geneigt ist, liegt eine Masse m, die reibungsfrei und ohne Luftwiderstand bzw. mit Reibung und Luftwiderstand auf der schiefen Ebene sich nach unten bewegt.



Dann gilt mit m [kg] als Masse, s [m] als Weg, t [s] als Zeit, v [$\frac{m}{s}$] als Geschwindigkeit, a [$\frac{m}{s^2}$] als Beschleunigung, g = 9,81 $\frac{m}{s^2}$ als Erdbeschleunigung, F [N = $\frac{kg \cdot m}{s^2}$] als Kraft, f_R als (Gleit-) Reibungskoeffizient, c_W als Luftwiderstandsbeiwert, ρ [$\frac{kg}{m^3}$] als Dichte des Mediums, in dem sich die Masse bewegt, A [m^2] als Querschnitt der Masse:

a) reibungsfrei und ohne Luftwiderstand:

Gewichtskraft $G = m \cdot g$ [N]
Hangabtriebskraft $F_H = G \cdot \sin\alpha = m \cdot g \cdot \sin\alpha$ [N] (parallel zur schiefen Ebene)
Normalkraft $F_N = G \cdot \cos\alpha = m \cdot g \cdot \cos\alpha$ [N] (senkrecht zur schiefen Ebene)

Hangabtriebsbeschleunigung $a_H = \frac{F_H}{m} = g \cdot \sin\alpha$ [$\frac{m}{s^2}$]
Geschwindigkeit der Masse $v = a_H t$ [$\frac{m}{s}$], $t = \frac{v}{a_H}$ [s], $v = \sqrt{2a_H s}$ [$\frac{m}{s}$]

b) <u>mit Reibung und Luftwiderstand</u>:

Gewichtskraft $G = m \cdot g$ [N]
Hangabtriebskraft $F_H = G \cdot \sin\alpha = m \cdot g \cdot \sin\alpha$ [N] (parallel zur schiefen Ebene)
Normalkraft $F_N = G \cdot \cos\alpha = m \cdot g \cdot \cos\alpha$ [N] (senkrecht zur schiefen Ebene)
(Gleit-) Reibungskraft $F_R = f \cdot F_N = f \cdot G \cdot \cos\alpha = f \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha$ [N]
Kraft des Luftwiderstands $F_L = \frac{1}{2} c_w \rho \cdot A \cdot v^2$ [N]
Kräfte im Gleichgewicht $F_H = F_R + F_L$ [N], $F_L = F_H - F_R$ [N]

Beschleunigung der Masse $a = 0$ [$\frac{m}{s^2}$]
Geschwindigkeit der Masse $v = \sqrt{\frac{2F_L}{c_w \rho A}}$ [$\frac{m}{s}$] = konstant

II. Wir haben damit die Voraussetzungen, um die Aufgabe zu lösen:

a) Wir haben ohne Berücksichtigung von Reibung und Luftwiderstand als Masse und Neigungswinkel der Rampe: m = 25 kg, α = 15°. Die Gewichtskraft der Masse m ist:

G = 25·9,81 = 245,25 N,

die Hangabtriebskraft beträgt:

F_H = $245{,}25 \cdot \sin 15°$ = 63,48 N,

die Normalkraft:

F_N = $245{,}25 \cdot \cos 15°$ = 236,89 N.

Als <u>Hangabtriebsbeschleunigung</u> ergibt sich: a_H = $\frac{F_H}{m} = g \cdot \sin\alpha = 9{,}81 \cdot \sin 15° \frac{m}{s^2}$ = 2,54 $\frac{m}{s^2}$.

b) Es sei nun also zusätzlich die Gleitreibungskraft der Masse bei der Abwärtsbewegung auf der Rampe sowie der Luftwiderstand berücksichtigt. Dazu sei der Gleitreibungskoeffizient f_R = 0,2. Die Reibungskraft ergibt sich aus der Normalkraft als:

F_R = $0{,}2 \cdot 236{,}89$ = 47,38 N.

Da die zu berechnende Geschwindigkeit v, mit der die Masse m (ohne Beschleunigung) die Rampe heruntergleitet, konstant sein soll, müssen sich Hangabtriebskraft F_H auf der einen und Reibungskraft und Kraft des Luftwiderstands auf der anderen Seite aufheben. Es gilt also:

$F_H = F_R + F_L$.

Die Luftwiderstandskraft ist daher:

$F_L = F_H – F_R$ = 64,48 – 47,38 = 16,1 N.

Ist c_W = 0,5 der Luftwiderstandsbeiwert, ρ = 1,3 $\frac{kg}{m^3}$ die Dichte der Luft und A = 0,8 m^2 als Querschnitt der sich abwärts bewegenden Masse, so ergibt sich als konstante Geschwindigkeit – die Kräfte heben sich ja gegenseitig auf –:

$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 16{,}1}{0{,}5 \cdot 1{,}3 \cdot 0{,}8}} \frac{m}{s}$ = 7,87 $\frac{m}{s}$.

www.michael-buhlmann.de / 03.2019 / Aufgabe 3