Michael Buhlmann

Physikaufgaben
> Mechanik
> Rotationsbewegung

Aufgabe: Eine Masse m = 200 kg bewegt sich auf einer ebenen kreisförmigen Kurve mit Radius r = 120 m. Der Gleitreibungskoeffizient der Unterlage beträgt f_R = 0,6. Mit welcher maximalen Geschwindigkeit die Masse den Kurvenverlauf folgen, ohne aus der Bahn geworfen zu werden?
(Physikalische Einheiten: kg = Kilogramm, m = Meter, N = Newton, s = Sekunde)

Lösung: I. Mechanik ist die physikalische Lehre von den Bewegungen eines Körpers in Raum und Zeit. Geradlinige Bewegungen eines Körpers werden bestimmt von: s [m] als Weg, t [s] als Zeit, v [$\frac{m}{s}$] als Geschwindigkeit und a [$\frac{m}{s^2}$] als Beschleunigung. Es gilt bzgl. des Impulses p [Hy = Ns = $\frac{kg \cdot m}{s}$] und der Kraft F [N = $\frac{kg \cdot m}{s^2}$] mit m [kg] als Körpermasse:

Impuls: $p = m \cdot v$, $v = \frac{p}{m}$, Kraft: $F = m \cdot a = m \cdot \frac{v}{t} = \frac{p}{t}$, $a = \frac{F}{m}$, $p = F \cdot t$

Gewichtskraft: $F_G = m \cdot g$, g = 9,81 $\frac{m}{s^2}$ (Erdbeschleunigung)

Gleitreibungskraft: $F_R = f_R \cdot F_G$ (f_R als Gleitreibungskoeffizient)

II. Bei Rotationsbewegungen eines Körpers unterscheiden wir mit r [m] als Radius des Kreises, auf dem die Bewegung ausgeführt wird, s [m] als Weg auf dem Kreis (Bogenlänge), t [s] als Zeit, v [$\frac{m}{s}$] als Geschwindigkeit und a [$\frac{m}{s^2}$] als Beschleunigung usw.:

Kreisumfang: $U = 2\pi r$ (r [m] als Kreisradius)

Frequenz, Drehzahl (= Anzahl der Umdrehungen n pro Sekunde): $f = n$ [Hz = $\frac{1}{s}$]

Periode (= Dauer einer Umdrehung): $T = \frac{1}{f}$ [s], $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$

Drehwinkel: $\varphi = \frac{s}{r}$, $s = \varphi r$

Winkelgeschwindigkeit: $\omega = \frac{\varphi}{t}$, $\varphi = \omega t$, $\varphi = \frac{1}{2}\alpha t^2$, $\omega = 2\pi f$

Winkelbeschleunigung: $\alpha = \frac{\omega}{t}$, $\omega = \alpha t$, $\omega = \sqrt{2\alpha\varphi}$

Weg: $s = \varphi r$

Geschwindigkeit: $v = \frac{s}{t}$, $v = \omega r$, $v = 2\pi f r$

Tangentialbeschleunigung: $a_T = \frac{v}{t}$, $a_T = \alpha r$

Radial-/Zentralbeschleunigung: $a_Z = \frac{v^2}{r}$, $a_Z = \omega^2 r$

Zentral-/Zentripetal-/Zentrifugalkraft: $F_Z = m \cdot a_Z = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$

$F_Z = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$, $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 mr}{F_Z}}$, $m = \frac{T^2 F_Z}{4\pi^2 r}$

III. Die Zentralkraft F_Z muss gleich der Reibungskraft F_R sein, um zu erkennen, wie groß die gesuchte maximale Geschwindigkeit ist. Hinsichtlich der Reibungskraft gilt:

$F_G = m \cdot g = 200kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}$ = 1962 N => $F_R = f_R \cdot F_G = 0{,}6 \cdot 1962N$ = 1177,2 N.

Mit dem Kreisradius r = 120 m gilt:

$F_Z = F_R \Leftrightarrow F_R = 1177{,}2N = F_Z = \frac{mv^2}{r} = \frac{200kg \cdot v^2}{120m} \Leftrightarrow 1177{,}2N = \frac{200kg \cdot v^2}{120m} \Leftrightarrow$

$v^2 = \frac{1177{,}2N \cdot 120m}{200kg} \Leftrightarrow v^2 = 706{,}32\ \frac{m^2}{s^2} \Leftrightarrow v = 26{,}58\ \frac{m}{s}$.

Die Höchstgeschwindigkeit auf der Kreisbahn beträgt also: $v = 26{,}58\ \frac{m}{s}$.

www.michael-buhlmann.de / 03.2023 / Aufgabe 12