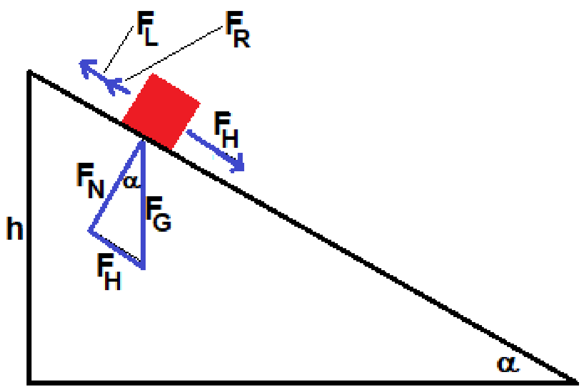
Michael Buhlmann

Physikaufgaben
> Mechanik
> Schiefe Ebene

Aufgabe: Eine Rampe (schiefe Ebene) ist mit einem Winkel von 15° gegen die Erdoberfläche geneigt. Eine Masse von 25 kg befindet sich am oberen Ende der Rampe.

a) Die Masse liege reibungsfrei auf der schiefen Ebene. Berechne die Hangabtriebskraft und die Normalkraft sowie die Beschleunigung, die die Masse auf der schiefen Ebene erfährt.

b) Die Masse habe einen Querschnitt von 0,8 m^2 [m^2: Quadratmeter] und unterliege einer Gleitreibung mit Gleitreibungskoeffizient μ = 0,2 sowie dem Luftwiderstand mit Luftwiderstandsbeiwert c_W = 0,5. Berechne die konstante Geschwindigkeit, die sich einstellt, wenn sich die Masse auf der schiefen Ebene bewegt.



Lösung: I. Auf einer schiefen Ebene, die mit einem Winkel zur Erdoberfläche geneigt ist, liegt eine Masse, die reibungsfrei und ohne Luftwiderstand/mit Reibung und Luftwiderstand auf der schiefen Ebene herunterrutscht. Dann gilt mit m [kg: Kilogramm] als Masse, s [m: Meter] als Weg, t [s: Sekunde] als Zeit, v [$\frac{m}{s}$] als Geschwindigkeit, a [$\frac{m}{s^2}$] als Beschleunigung, g = 9,81 $\frac{m}{s^2}$ als Erdbeschleunigung, F [N = $\frac{kg \cdot m}{s^2}$: Newton] als Kraft, μ als (Gleit-) Reibungskoeffizient, c_W als Luftwiderstandsbeiwert, ρ [$\frac{kg}{m^3}$] als Dichte des Mediums, in dem sich die Masse bewegt, A [m^2: Quadratmeter] als Querschnitt der Masse:

Fall 1: Reibungsfrei und ohne Luftwiderstand: Es gilt:

Gewichtskraft $F_G = m \cdot g$ [N]

Hangabtriebskraft $F_H = F_G \cdot \sin\alpha = m \cdot g \cdot \sin\alpha$ [N] (parallel zur schiefen Ebene)

Normalkraft $F_N = F_G \cdot \cos\alpha = m \cdot g \cdot \cos\alpha$ [N] (senkrecht zur schiefen Ebene)

Hangabtriebsbeschleunigung $a_H = \frac{F_H}{m} = g \cdot \sin\alpha$ [$\frac{m}{s^2}$]

Geschwindigkeit der Masse $v = a_H t$ [$\frac{m}{s}$], $t = \frac{v}{a_H}$ [s], $v = \sqrt{2a_H s}$ [$\frac{m}{s}$]

Fall 2: Mit Gleitreibung und Luftwiderstand: Es gilt:

Gewichtskraft $F_G = m \cdot g$ [N]

Hangabtriebskraft $F_H = F_G \cdot \sin\alpha = m \cdot g \cdot \sin\alpha$ [N] (parallel zur schiefen Ebene)

Normalkraft $F_N = F_G \cdot \cos\alpha = m \cdot g \cdot \cos\alpha$ [N] (senkrecht zur schiefen Ebene)

(Gleit-) Reibungskraft $F_R = \mu \cdot F_N = \mu \cdot F_G \cdot \cos\alpha = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha$ [N]

Kraft des Luftwiderstands $F_L = \frac{1}{2} c_w \rho \cdot A \cdot v^2$ [N]

Kräfte im Gleichgewicht $F_H = F_R + F_L$ [N], $F_L = F_H - F_R$ [N]

Beschleunigung der Masse $a = 0$ [$\frac{m}{s^2}$]

Geschwindigkeit der Masse $v = \sqrt{\frac{2F_L}{c_w \rho A}}$ [$\frac{m}{s}$] = konstant

II. a) Die Rampe (schiefe Ebene) ist mit einem Winkel α = 15° gegen die Erdoberfläche geneigt. Die Masse m = 25 kg befindet sich am oberen Ende der Rampe. Die Gewichtskraft der Masse ist: $F_G = 25 \cdot 9{,}81$ N = 245,25 N, die Hangabtriebskraft errechnet sich als: $F_H = 245{,}25 \cdot \sin 15°$ N = 63,48 N, die Normalkraft als: $F_N = 245{,}25 \cdot \cos 15°$ N = 236,89 N. Als Hangabtriebsbeschleunigung ergibt sich: $a_H = 9{,}81 \cdot \sin 15° \frac{m}{s^2}$ = 2,54 $\frac{m}{s^2}$.

b) Es sei jetzt zusätzlich die Gleitreibungskraft der Masse m = 25 kg bei der Abwärtsbewegung auf der Rampe sowie der Lufwiderstand berücksichtigt. Dazu sei der Reibungskoeffizient μ = 0,2. Die Gleitreibungskraft ergibt sich aus der Normalkraft als: $F_R = 0{,}2 \cdot 236{,}89$ N = 47,38 N.
Die Luftwiderstandskraft ist (mit F_H, F_R als gegengerichtete Kräfte): $F_L = F_H - F_R$ = 16,1 N. Mit c_W = 0,5 als Luftwiderstandsbeiwert, ρ = 1,3 $\frac{kg}{m^3}$ als Dichte der Luft und A = 0,8 m^2 als Querschnitt der sich abwärts bewegenden Masse ergibt sich als konstante Geschwindigkeit – die Kräfte heben sich gegenseitig auf –: $v = \sqrt{\frac{2 \cdot 16{,}1}{0{,}5 \cdot 1{,}3 \cdot 0{,}8}} \frac{m}{s}$ = 7,87 $\frac{m}{s}$.

www.michael-buhlmann.de / 03.2019-01.2023 / Aufgabe 3