Michael Buhlmann

Mathematik > Vektorrechnung
> Abstand Punkt-Elemente des Koordinatensystems

Abstand Punkt-Koordinatenursprung/Koordinatenachsen/Koordinatenebenen

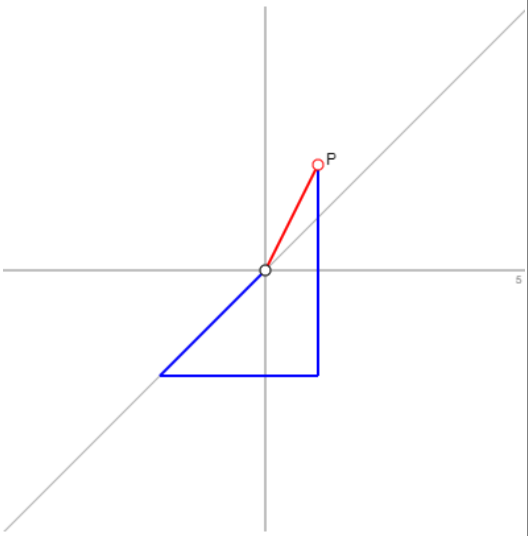
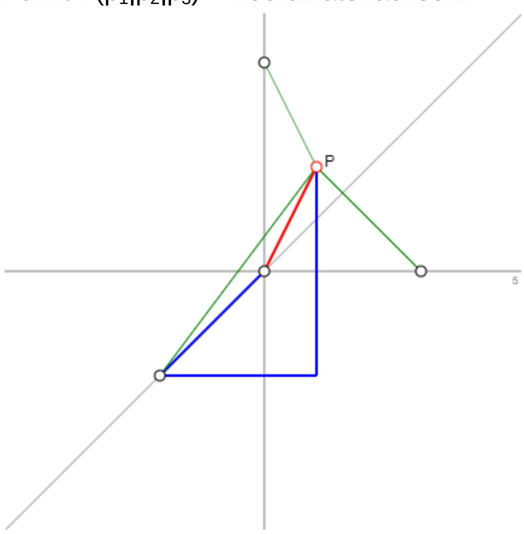
Innerhalb des dreidimensionalen reellen kartesischen x_1-x_2-x_3-Vektorraums bzw. Koordinatensystems ist der Koordinatenursprung von der Form O(0|0|0), die Koordinatenachsen sind Geraden vom Typ (Parameterform):

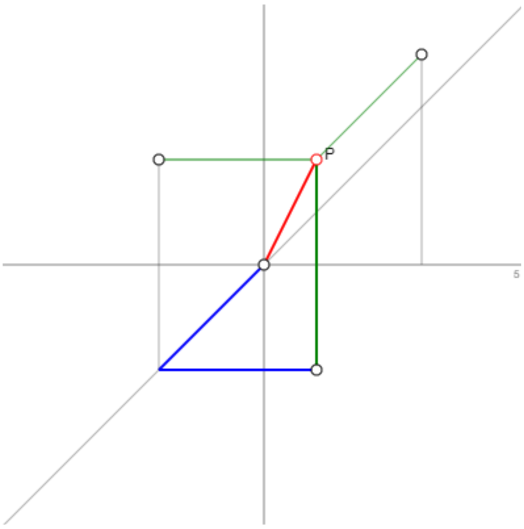
$$x_1\text{-Achse: } \vec{x} = t\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\ x_2\text{-Achse: } \vec{x} = t\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},\ x_3\text{-Achse: } \vec{x} = t\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix},$$

die Koordinatenebenen (Grundebenen) das Aussehen (Koordinatenform):

$$x_1\text{-}x_2\text{-Ebene: } x_3 = 0,\ x_1\text{-}x_3\text{-Ebene: } x_2 = 0,\ x_2\text{-}x_3\text{-Ebene: } x_1 = 0.$$

Punkte haben die Form $P(p_1|p_2|p_3)$.
Dann gilt für die Abstände eines Punktes zu Koordinatenursprung, Koordinatenachsen und Koordinatenebenen die folgende Übersicht:

Abstand	Abstandsformel, Lotfußpunkt
Punkt $P(p_1\|p_2\|p_3)$ – Ursprung O(0|0|0): 	$d(P, O) = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2}$; F(0|0|0)
Punkt $P(p_1\|p_2\|p_3)$ – Koordinatenachsen: 	$d(P, x_1\text{-Achse}) = \sqrt{p_2^2 + p_3^2}$; $F_1(p_1\|0\|0)$ $d(P, x_2\text{-Achse}) = \sqrt{p_1^2 + p_3^2}$; $F_2(0\|p_2\|0)$ $d(P, x_3\text{-Achse}) = \sqrt{p_1^2 + p_2^2}$; $F_3(0\|0\|p_3)$

Punkt P(p_1|p_2|p_3) – Koordinatenebenen:  	d(P, x_1-x_2-Ebene) = $\sqrt{p_3^2} = \lvert p_3 \rvert$; F_{12}(p_1|p_2|0) d(P, x_1-x_3-Ebene) = $\sqrt{p_2^2} = \lvert p_2 \rvert$; F_{13}(p_1|0|p_3) d(P, x_2-x_3-Ebene) = $\sqrt{p_1^2} = \lvert p_1 \rvert$; F_{23}(0|p_2|p_3)

Die Abstände sind die Längen der Vektoren zwischen jeweiligem Fußpunkt $F_.$ und dem vorgegebenen Punkt P.

<u>Beispiel</u>:

Der Punkt P(4|5|-2) hat zu den Elementen Ursprung, Achsen, Grundebenen des kartesischen Koordinatensystems folgende Abstände, wobei diese sich letztlich als Länge eines Vektors zwischen Punkt P und Fußpunkt F als Ursprung, Achsen- oder Grundebenenpunkt darstellen (siehe die Punktkoordinaten in der Quaderdarstellung). Es ergibt sich:

d(P, O) = $\sqrt{4^2+5^2+2^2}$ = 6,71 LE

d(P, x_1-Achse) = $\sqrt{5^2+2^2}$ = 5,39 LE; d(P, x_2-Achse) = 4,47 LE; d(P, x_3-Achse) = 6,4 LE
d(P, x_1-x_2-Ebene) = |-2| = 2 LE; d(P, x_1-x_3-Ebene) = 5: d(P, x_2-x_3-Ebene) = 4 LE.

Die dazugehörigen Fußpunkte lauten: Ursprung F(0|0|0); Achsenpunkte F_1(4|0|0), F_2(0|5|0), F_3(0|0|-2); Grundebenenpunkte F_{12}(4|5|0), F_{13}(4|0|-2), F_{23}(0|5|-2).